



**Universitat Autònoma de Barcelona**

**Facultad de Ciencias de la Educación**

Máster Oficial de iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales

**La competencia de comunicación en el  
desarrollo de las competencias matemáticas  
en secundaria**

**Trabajo de Investigación que presenta:**  
Ángela María Ramírez Arteaga

**Tutores:** Dr. Jordi Deulofeu Piquet  
Dr. Javier Díez-Palomar

Barcelona, septiembre 07 de 2009

A mi padre

A quien una dura enfermedad  
no le permitió esperar a ver  
mi sueño hecho realidad.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a todas las personas que directa o indirectamente me ayudaron en todo el camino recorrido en la realización de este trabajo de investigación y que no alcanzaría a mencionar en estas líneas.

Al SER que para mi representa el amor infinito y que me dio las fuerzas suficientes para superar las adversidades encontradas a lo largo de este camino y llegar hasta el final sin darme por vencida.

A mis familiares en España y Colombia por su apoyo constante, por sus palabras de aliento cuando me veían desfallecer.

A mis compañeros del INEM “Felipe Perez” de Pereira, que en constantes comunicaciones me hicieron sentir que a pesar de la distancia seguían estando ahí conmigo.

Al Dr. Oscar José Cardona Ramírez Secretario de Educación del Municipio de Pereira por darme la oportunidad de realizar este Máster otorgándome la comisión de estudios.

A mis tutores Dr. Jordi Deulofeu Piquet y Dr. Javier Díez-Palomar por su acompañamiento permanente en la realización de este trabajo, por las horas dedicadas en las tutorías y las revisiones constantes, por compartir conmigo sus conocimientos y aportarme sus valiosas ideas hasta la finalización de este trabajo.

A quienes hicieron posible la puesta en marcha de esta investigación, Directivos y profesores de los Institutos participantes.

A todos mis compañeros del Máster por las vivencias compartidas y el apoyo en la consecución de los datos para esta investigación.

A todo el profesorado que nos orientó los módulos por el aporte de sus valiosos conocimientos y experiencias.

## RESUMEN

Esta investigación fue desarrollada en Cataluña con la participación de 24 profesores de matemáticas que ejercen en Educación Secundaria pertenecientes a 13 Institutos.

Para la obtención de los datos se aplicó un cuestionario abierto con 9 preguntas relacionadas con el papel que cumple el profesorado en el desarrollo de la Competencia de Comunicación en Matemáticas; los datos obtenidos fueron analizados con base en métodos cualitativos, específicamente confrontándolos con una serie de categorías de análisis establecidas desde la teoría previamente estudiada sobre Competencias Matemáticas y particularmente sobre la Competencia de Comunicación.

Las aportaciones más relevantes de esta investigación tienen que ver con lo que entienden los profesores participantes por desarrollar la Competencia de Comunicación en Matemáticas y las estrategias que utilizan para promover su desarrollo, encontrando que en la mayoría de los casos los aportes hechos por los profesores participantes están muy cercanos a lo planteado en la literatura existente sobre la Competencia de Comunicación en Matemáticas.

## ÍNDICE

	<b>Pág.</b>
1. INTRODUCCIÓN	7
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y OBJETIVOS	10
2.1. Pregunta de investigación	10
2.2. Intencionalidad	10
2.3. Objetivos de la investigación	10
3. MARCO TEÓRICO	11
3.1. Competencias en General	11
3.2. Las competencias en el ámbito educativo	12
3.2.1. Las Competencias Básicas en Educación	14
3.3. Competencia Matemática	14
3.4. Una visión general sobre comunicación: La Teoría de la acción comunicativa	17
3.4.1. Otros referentes teóricos sobre comunicación	18
3.5. La Competencia de Comunicación en Matemáticas	18
4. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	23
4.1. Aproximación metodológica y bases epistemológicas de la metodología.	23
4.2. Población y muestra del estudio	25
4.3. Instrumentos de investigación	27
4.3.1. Instrumentos de recogida de datos	27
4.3.1.1. Prueba piloto	27
4.3.1.2. Prueba definitiva	27
4.3.2. La recogida de datos	28
4.4. Instrumentos de análisis de los datos	28
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS	35
5.1. Análisis pregunta por pregunta	35
5.2. Análisis de los resultados de acuerdo a las categorías de análisis establecidas.	55
6. CONCLUSIONES	63
6.1. Con respecto a la primera pregunta de investigación	63
6.2. Con respecto a la segunda pregunta de investigación	64
6.3. Con relación a nuestros objetivos	66
7. BIBLIOGRAFÍA	67
8. ANEXOS	71

## ÍNDICE DE CUADROS, TABLAS Y FIGURAS

	<b>Pág</b>
Cuadro 2. Definición de competencias en el ámbito educativo	13
Cuadro 3. Definiciones de competencia matemática	15
Cuadro 4. Otros referentes teóricos sobre comunicación	18
Cuadro 5. Dimensiones básicas de las concepciones teóricas	24
Tabla 1. : Años de experiencia docente de los/las profesores/as de la muestra	25
Tabla 2. : Edad de las personas integrantes de la muestra seleccionada	26
Tabla 3. : Tamaño de los centros según el número de alumnos	26
Tabla 4. : Profesorado de la muestra por tipo de centro al que pertenece	26
Tabla 5. : Nivel de estudios de las personas integrantes de la muestra	26
Tabla 6. : Categorías de análisis	33
Figura 1. Categorías de respuestas a la pregunta 1	35
Tabla 7. : Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 1	37
Figura 2. Categorías de respuestas a la pregunta 2	38
Tabla 8. : Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 2	39
Figura 3. Categorías de respuestas a la pregunta 3	40
Tabla 9. : Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 3	41
Figura 4. Categorías de respuestas a la pregunta 4	42
Tabla 10. : Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 4	43
Figura 5. Categorías de respuestas a la pregunta 5	44
Tabla 11. : Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 5	45
Figura 6. Categorías de respuestas a la pregunta 6	47
Tabla 12. : Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 6	48
Figura 7. Categorías de respuestas a la pregunta 7	49
Tabla 13. : Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 7	50
Figura 8. Categorías de respuestas a la pregunta 8	51
Tabla 14. : Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 8	52
Figura 9. Categorías de respuestas a la pregunta 9	53
Tabla 15. : Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 9	54

## 1. INTRODUCCIÓN

Desde hace algunos años se viene hablando en diferentes ámbitos del término “competencias”. Como es natural el ámbito educativo no es ajeno a los cambios vividos en la sociedad. Después del fracaso que ha supuesto la reforma educativa de la LOGSE, desde las diferentes instituciones educativas se está planteando actualmente re-pensar el currículum desde las competencias. Sin embargo, una de las críticas más extendidas es que todavía la propia universidad está en proceso de transición, de manera que el profesorado que se forma en las aulas universitarias aún no sale con una base en programación curricular por competencias fuerte. Por otro lado, las personas que están actualmente desarrollando sus actividades docentes en escuelas e institutos, tampoco tienen muchas veces referentes concretos sobre cómo trabajar por competencias. Esta situación plantea un escenario en el que resulta necesario investigación rigurosa sobre qué quiere decir trabajar por competencias, y cómo se puede (y se debe) planificar este nuevo enfoque de la tarea docente. Por eso el trabajo de investigación que se presenta aquí se basa en estas consideraciones: en el ámbito de la educación matemática se pretende concretar qué quiere decir trabajar por competencias, y cómo hacerlo (en el caso de una competencia concreta, como es la comunicación matemática).

En este contexto, una de las motivaciones que me ha llevado a realizar este trabajo de investigación es reflexionar sobre la dificultad que existe para una persona ajena al lenguaje de las matemáticas el comprenderlo. Si no se entiende el sistema de símbolos que gira en torno a las matemáticas, difícilmente se podrá comunicar nada, y difícilmente se podrá aprender nada (o expresar nada).

Es el papel del profesor hacer uso de la transposición didáctica la cual se designa en sentido estricto “el paso de un contenido de saber preciso a una versión didáctica de este objeto de saber”. “El sistema didáctico no es el efecto de nuestra voluntad. Para que la enseñanza de un determinado elemento de saber sea meramente posible, ese elemento deberá haber sufrido ciertas deformaciones que lo harán apto para ser enseñado” (Chevallard, 1997).

Como maestros ponemos mucho esmero en darles a los estudiantes la herramienta del lenguaje matemático escrito y algunos lo hacen usando metáforas, como ya ha sido estudiado por algunas tesis y artículos previos. Aquí no vamos a centrarnos en el uso de la metáfora, por otro lado ampliamente estudiado ya. Nos centramos en el aspecto de la competencia de comunicación, qué creen los maestros en activo que es, y cómo se las ingenian para desarrollarla.

No podemos continuar negándoles a los estudiantes el uso pleno de la comunicación. ¿Podríamos permitirles explicar un procedimiento para resolver un problema sin que lleguen a resolverlo? ¿Podríamos pedirles que hagan algún escrito sobre conceptos, definiciones, de algún tópico matemático? ¿Permitiríamos que hicieran demostraciones con palabras? Los maestros debemos propiciar espacios para la reflexión colectiva donde los estudiantes puedan analizar estrategias seguidas, poder hablar de conceptos matemáticos, sean capaces de explicar el procedimiento realizado al resolver un ejercicio, en fin poder fortalecer las habilidades básicas del lenguaje como son: leer, escribir, escuchar, hablar, en un contexto matemático. Indudablemente todo esto debe contribuir a una buena adquisición de conocimientos matemáticos. Para poder responder en el futuro a estas preguntas, he querido realizar un trabajo de investigación en el marco actual que dibuja la enseñanza por

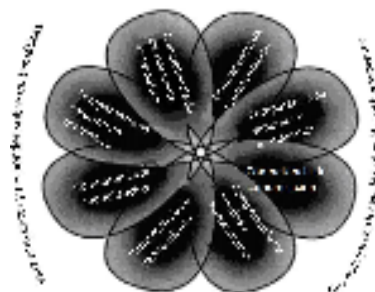
competencias, centrándome en la reflexión sobre la competencia de comunicación en matemáticas, porque para mí es una competencia muy relevante desde el punto de vista de la comprensión matemática y la capacidad de verbalizar dicha comprensión utilizando los símbolos, lenguaje, formas de expresión, que nos brinda la matemática.

En educación, el enfoque por competencias, parte de un marco teórico, donde el concepto de aprendizaje significativo dota de un sentido de acción al proceso educativo, subsumiendo en sí mismo el término “práctica”. La legitimación del enfoque por competencias en la educación del siglo XXI, queda establecida en el Informe Delors (1996), que señala cuatro aprendizajes fundamentales: aprender a conocer; aprender a hacer; aprender a vivir juntos, y aprender a ser. En las “Jornades de Recerca Educativa” que se han celebrado en Barcelona, el 21 de mayo de 2009, organizadas por AGAUR, los responsables de educación en Cataluña dicen: “la cuestión al enseñar por competencias es saber qué tienen que aprender los estudiantes, y qué tienen que enseñar los profesores.

Existen referencias basadas en investigación en didáctica de las matemáticas que se centran en torno al concepto de “competencias matemáticas” (Díaz Godino, 2002). Entre los años 2000 y 2002, Mogens Niss dirigió un proyecto llamado KOM, un proyecto centrado en el análisis y estudio de las competencias matemáticas. La definición del término competencia en el proyecto KOM<sup>1</sup> es semánticamente idéntica a la que nosotros usamos: “Competencia es la predisposición para actuar en respuesta a los retos de una situación dada”<sup>2</sup>. Una consecuencia de ésta definición es que la competencia vaya dirigida a la acción y no está basada en el conocimiento ni en las habilidades. En segundo lugar, hay que señalar el aspecto de la situacionalidad dado que define el desarrollo de las competencias como un proceso continuo y señala la absurdidad de etiquetar a cualquier persona como completamente incompetente o completamente competente.

Niss y Jensen distinguen ocho competencias básicas en el ámbito de las matemáticas: competencia de modelización, competencia de solución de problemas, competencia de pensamiento matemático, competencia de representación, competencia de símbolos y formalismos, competencia de comunicación, competencia de ayudas y herramientas, competencia de razonamiento.

Figura 1. Mapa de competencias definido en el proyecto KOM por Mogen Niss y colaboradores.



Basándonos en estos trabajos previos, en este proyecto definimos la competencia matemática como **la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de**

<sup>1</sup> Niss, M. & Jensen, T.H. (eds.) (to appear). Competencies and Mathematical Learning – Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark. English translation of part I-VI of Niss & Jensen (2002). Under preparation for publication in the series *Texts from IMFUFA*. Roskilde University, Denmark: IMFUFA

<sup>2</sup> Blomhøj, M., Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123-139



**situaciones y contextos intra y extra matemáticos, en los que éstas juegan o podrían jugar un papel.**

Nosotros nos centramos en el caso de lo que Niss y Jensen (2007) denominan “competencia de comunicación”. Pero para definirla, acudimos a las contribuciones del científico social más citado actualmente en las bases de datos, que es Jürgen Habermas. Tal y como afirma Habermas (1981), en su *Teoría de la Acción Comunicativa*:

El concepto de acción comunicativa se refiere a la interacción de al menos dos sujetos capaces de lenguaje y acción que entablan (ya sea con medios verbales o extraverbales) una relación interpersonal. Los actores buscan entenderse sobre una situación de acción para poder así coordinar de común acuerdo sus planes de acción y con ello sus acciones. El concepto aquí central, el de interpretación, se refiere primordialmente a la negociación de definiciones de la situación susceptibles de consenso. En este modelo de acción el lenguaje ocupa, como veremos, un puesto prominente. (Habermas, 1981, p.124)

Fijaremos nuestra atención en el papel que cumple el profesor en el desarrollo de las competencias matemáticas potenciando la competencia de comunicación en sus estudiantes. Nuestro interés con este trabajo es analizar las creencias que tiene el profesorado en activo y sobre lo que dicen que es la competencia de comunicación en matemáticas, y por otro lado las estrategias que dicen que utilizan para lograr que sus estudiantes la desarrollen.

En cualquier tipo de actividad matemática necesitamos de un sistema de símbolos para pensar, para comprender, para discutir, analizar, profundizar, para comunicar ideas, para explicar procedimientos en la resolución de problemas o en el planteamiento de ejercicios. El no tener un lenguaje adecuado que nos permita expresar nuestras ideas matemáticas, nos limita de una forma radical. Pero más grave aun es no poder relacionar el lenguaje escrito de la matemática con nuestra experiencia diaria, con nuestros conocimientos de ella. No poder comprender el mensaje que esos símbolos escritos nos están tratando de comunicar, no nos permite ni comprender ni aprender la matemática. Esta situación suele ser habitual entre los estudiantes de secundaria. Muchas veces, el problema, tal y como afirma Díaz Godino en uno de sus artículos, reside en un déficit en la comprensión relacional (que está íntimamente ligada con la idea de competencia). La falta de agilidad en el uso del sistema simbólico de las matemáticas (fórmulas, diagramas, esquemas, símbolos, algoritmos, etc.), así como de las vías habituales para articular el discurso matemático, y verbalizarlo (deducción, pensamiento axiomático, etc.), lleva a muchos estudiantes a tener dificultades en su aprendizaje de las matemáticas. En este trabajo queremos construir una herramienta metodológica que nos permita analizar en detalle este tipo de situaciones, desde el punto de vista del profesorado. Queremos partir de sus creencias y de lo que dicen que hacen para potenciar el desarrollo de la competencia comunicativa en matemáticas de sus estudiantes, porque creemos que una de las claves está en comprender cómo actúan los propios docentes, para encontrar orientaciones que les ayuden a mejorar sus prácticas en el aula.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y OBJETIVOS

El problema que queremos abordar en este trabajo de investigación del *Máster en investigación en didáctica de las matemáticas* gira en torno al debate actual sobre la aplicación del marco de competencias para orientar cómo se tiene que realizar la tarea de enseñanza basado en competencias y en particular como los profesores de secundaria potencian la competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas. En concreto, las preguntas de investigación que queremos abordar en este trabajo son:

### 2.1 Preguntas de investigación

Conocer, primero, ¿cómo definen los profesores de secundaria de matemáticas la competencia de comunicación en matemáticas? Y, en segundo lugar, ¿cuáles son las estrategias didácticas que unos profesores de matemáticas de secundaria en Cataluña dicen que utilizan para potenciar que sus estudiantes desarrollen la competencia de comunicación en matemáticas?

### 2.2 Intencionalidad

La intención que perseguimos al hacernos estas dos preguntas de investigación es la de encontrar pistas, orientaciones y pautas que nos permitan comprender cuál es papel del profesor en el desarrollo de la competencia de comunicación en matemáticas.

Otro de los motivos que nos ha llamado la atención es averiguar qué entienden los profesores por competencia de comunicación, cuáles son las actividades que dicen que proponen en el aula para desarrollarla, y qué importancia le dan a esta competencia de comunicación dentro de su proceso de enseñanza de las matemáticas.

### 2.3 Objetivos de la investigación

- Delimitar los conceptos de competencias comunicativas y precisar la terminología utilizada.
- Indagar sobre qué creen qué es la competencia de comunicación unos profesores de matemáticas de secundaria en Cataluña.
- Conocer lo que piensan los profesores sobre la incorporación de la competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas.
- Conocer las estrategias metodológicas que los profesores dicen que usan en el aula que permiten a sus estudiantes desarrollar la competencia comunicativa en matemáticas.

### 3. MARCO TEÓRICO

En este apartado se describirán las diferentes componentes teóricas que han orientado nuestra investigación. Partimos de una visión general de las competencias y nos vamos introduciendo en el ámbito educativo partiendo desde las competencias básicas ubicando dentro de estas las competencias matemáticas y en particular la competencia de comunicación.

#### 3.1 Competencias en general

El concepto de competencia surgió en el mundo empresarial a principios de la década de los setenta para designar al conjunto de elementos o factores que son necesarios para el éxito en el desempeño profesional. Nace desde posiciones básicamente funcionales, es decir con relación al papel que deben cumplir para que las acciones humanas sean eficientes.

La necesidad de conceptualizar el término “competencia” ha provocado la aparición de definiciones diversas y generalmente complementarias, aunque con diferencias sustanciales en algunos casos.

Para definir una competencia debemos tener presente los conceptos de capacidad, habilidad, aptitud y destreza para evitar errores conceptuales. En una primera aproximación el término competencia hace referencia a la aptitud para realizar eficazmente una acción dada, es decir, un saber intervenir adecuadamente. Por otro lado, los términos habilidad, la destreza como la capacidad, hacen referencia a los prerrequisitos básicos para tener una competencia básica.

La competencia discrimina el saber necesario para afrontar determinadas situaciones y el ser capaz de enfrentarse a las mismas. El primero está relacionado con la cualificación personal, pero el aprovechamiento de ésta depende del entorno estructural donde pueda desarrollarla y de los ámbitos institucionales de la formación. (Echeverría, 2002).

Competencia es la capacidad de generar aplicaciones o soluciones adaptadas a cada situación, movilizándolo los propios recursos y regulando el proceso hasta lograr la meta pretendida. (Rey, 2003).

Partiendo de las definiciones previas sobre el concepto de competencias (ver anexo 5 cuadro.1), nosotros definimos aquí competencia como la capacidad de poner en práctica de forma integrada los conocimientos para dar solución a diversas situaciones del entorno en que se desempeña un individuo o hacer transferencia a otros contextos, teniendo en cuenta que es un ser social, que con sus buenas actitudes, emociones y valores éticos puede contribuir al logro de acciones eficaces para beneficio propio y de quienes le rodean.

### **3.2 Las Competencias en el ámbito educativo**

La introducción del término “competencias” en educación surge como consecuencia del debilitamiento de una educación tradicional donde la teoría predominaba sobre la práctica, se le daba mucha importancia al aprendizaje memorístico de los conocimientos, una educación donde el proceso de enseñanza y aprendizaje era jerarquizado, es decir que el profesor era el “dueño” del saber, la máxima autoridad y el alumno un simple receptor pasivo.

La competencia, en el ámbito de la educación escolar, ha de identificar aquello que necesita cualquier persona para dar respuesta a los problemas a los que se enfrentará a lo largo de su vida. Por lo tanto, la competencia consistirá en la intervención eficaz en los diferentes ámbitos de la vida, mediante acciones en las que se movilizan, al mismo tiempo y de manera interrelacionada, componentes actitudinales, procedimentales y conceptuales. (Zabala, Arnau, 2008 p.45)

La enseñanza basada en competencias es una oportunidad para el sistema educativo que le permite corregir errores del pasado, dándole a la educación una visión más global e integradora, y que sea el sistema educativo el protagonista en la formación integral de nuevas generaciones capaces de asumir los retos del mundo actual.

El concepto de competencia indica que los aprendizajes deben concretarse siempre de modo funcional y significativo, es decir atribuyendo sentido a aquello que se aprende. Y por si ello fuera poco complicado, el aprendizaje de una competencia implica siempre un aprendizaje para actuar. Para nuestra tradición pedagógica, estas premisas son ya un gran avance y por ello deberán hacer frente a múltiples resistencias. (Zabala, Arnau, 2008 p.213)

DIMENSIÓN SEMÁNTICA				DIMENSIÓN ESTRUCTURAL	
	¿QUÉ ES?	¿PARA QUÉ?	¿DE QUE MANERA?	¿DÓNDE?	POR MEDIO DE
<b>Consejo Europeo 2001</b>		Permiten realizar acciones			Conocimientos, destrezas y características individuales
<b>Eurydice-CIDE 2002</b>		Permiten participar eficazmente en la vida política.			Capacidades, conocimientos, y actitudes
<b>Proyecto DeSeCo OCDE 2002</b>	Habilidad	Cumplir con éxito exigencias complejas			Prerrequisitos psicosociales, habilidades prácticas, conocimientos, motivaciones, valores, actitudes y comportamientos.
<b>Curriculum Vasco (documento marco) 2005</b>	capacidad	Para enfrentarse a tareas simples o complejas.	Con garantías de éxito	En un contexto determinado	Operación (una acción mental) sobre un Objeto (que es lo que habitualmente llamamos “conocimiento”) para el logro de un fin determinado.
<b>Generalitat De Catalunya 2004</b>		Para resolver problemas diversos de la vida real			Conocimientos, habilidades y actitudes de Carácter transversal.
<b>Monereo 2005</b>	Dominio	Resolución de problemas		En determinado ámbito o escenario de la actividad Humana.	Amplio repertorio de estrategias.
<b>Perrenoud 2001</b>	Aptitud.	Para afrontar eficazmente una familia de situaciones análogas.	Movilizando a conciencia y de manera rápida, pertinente y creativa		Múltiples recursos cognitivos: saberes, capacidades, microcompetencias, informaciones, valores, actitudes, esquemas de percepción, de evaluación y de razonamiento.

Cuadro 2. Definiciones de competencia en el ámbito educativo. Zabala, A; Arnau, L (2007)

Tomando como base las definiciones que aparecen en el cuadro anterior, en este trabajo consideramos como competencia en el ámbito educativo la capacidad de una persona para hacer transferencia de lo aprendido en su formación a situaciones problemáticas de la vida diaria, asumiendo que lo aprendido no solo son conocimientos sino además, valores y actitudes.

### 3.2.1 Las Competencias Básicas en Educación

La Unión Europea desde los años 90, viene instando a los gobiernos europeos a mejorar y redefinir sus sistemas educativos, buscando objetivos de calidad, accesibilidad y flexibilidad, con la finalidad de promover la sociedad del conocimiento. Diversos documentos han incidido en la idea de crear un sistema europeo que permitiera comparar, difundir y evaluar competencias básicas y las mejores metodologías para su adquisición.

En la educación obligatoria las competencias básicas tienen una especial importancia ya que se consideran imprescindibles para cualquier persona, independientemente de su condición social y que les permite a los alumnos tener un buen desempeño en sus vidas en lo personal y en lo profesional.

En la parte legislativa se regulan las competencias básicas en el R.D. 1631/2006, de 29 de diciembre. En este decreto se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, allí se plantean ocho competencias básicas, donde la segunda es la competencia matemática que es la que nos interesa para nuestra investigación.

Estas competencias básicas constituyen para los profesores unos referentes que les permiten centrar sus esfuerzos en los aspectos esenciales de la enseñanza.

La *Conselleria d' Educación de la Generalitat de Catalunya 2004* define así la competencia Básica:

“la capacidad del alumnado para poner en práctica de una forma integrada conocimientos, habilidades y actitudes de carácter transversal, es decir que integren saberes y aprendizajes de diferentes áreas, que a menudo se aprenden no solamente en la escuela y que sirven para resolver problemas diversos de la vida real”.

Esta definición tiene que ver con la contribución que hacen las competencias básicas al desarrollo integral del alumnado, que esos conocimientos que adquieren a lo largo de su formación obligatoria sean perdurables para toda la vida que les permitan ser ciudadanos competentes en los ámbitos en que puedan encontrarse.

Como menciona Marchena (2008) el término competencia alude a la capacidad de un individuo para reorganizar lo aprendido, para transferirlo a nuevas situaciones y contextos.

### 3.3 Competencia Matemática

Hasta ahora hemos hecho un recorrido partiendo desde las competencias en general, pasando por las competencias en el ámbito educativo incluyendo las competencias básicas donde vemos que una de ellas es la competencia matemática y que para nuestra investigación es en la que nos enfocaremos.

Existen diferentes visiones sobre la competencia matemática, En el siguiente cuadro encontraremos las definiciones dadas por varios autores:

**Cuadro 3. Definiciones de Competencia Matemática**

<b>Autor-año</b>	<b>Definición de Competencia matemática</b>
<b>Niss,2002</b>	Significa la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar las Matemáticas en una variedad de situaciones y contextos internos y externos a las Matemáticas en los cuales las Matemáticas juegan o podrían jugar un papel.
<b>De Lange, Reewijk, 1996</b>	“saber matemáticas” es “hacer matemáticas”, lo cual comporta, entre otros aspectos, la resolución de problemas de la vida cotidiana. Uno de sus principios básicos afirma que para conseguir una actividad matemática significativa hay que partir de la experiencia real de los estudiantes. Otros principios, importantes, son que hay que dar al estudiante la oportunidad de reinventar los conceptos matemáticos y que el proceso de enseñanza-aprendizaje debe ser muy interactivo.
<b>Comisión de las Comunidades Europeas, 2005</b>	La competencia matemática es la habilidad para utilizar sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y fracciones en el cálculo mental o escrito con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. El énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos.
<b>Rico y Lupiáñez, 2008</b>	La competencia matemática consiste en un saber en la práctica mediante herramientas matemáticas. Consiste en utilizar la actividad matemática en contextos variados como sea posible. Hace especial énfasis en aspectos sociales como la comunicación y la argumentación. Muestra como los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana. Se alcanzará en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones provenientes de otros campos del conocimiento y de la vida cotidiana.
<b>OCDE,2003 OCDE,2004</b>	La capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.
<b>OCDE,2005 OCDE,2008</b>	La competencia matemática general se refiere a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones.

Autor-año	Definición de Competencia matemática
<b>Escamilla, 2008</b>	El conjunto de habilidades y destrezas relacionadas con el reconocimiento e interpretación de los problemas que aparecen en los diferentes ámbitos y situaciones (familiares, sociales, académicos o profesionales); su traducción al lenguaje y contextos matemáticos; su resolución empleando los procedimientos oportunos; la interpretación de los resultados y la formulación y comunicación de tales resultados.
<b>Godino, 2002</b>	Capacidad para realizar adecuadamente tareas matemáticas específicas, debe complementarse con la comprensión matemática de las técnicas necesarias para realizar las tareas y de las relaciones entre los diversos contenidos y procesos matemáticos puestos en juego. La competencia y la comprensión en matemáticas son nociones cognitivas complementarias cuyo logro implica un proceso de crecimiento progresivo que debe tener en cuenta las diversas facetas del conocimiento matemático.
<b>NCTM (2000)</b>	Ser competente en un campo complejo como el matemático supone tener habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad, y aplicar con propiedad lo aprendido en un contexto, a otro contexto. Se basa en un aprendizaje en el que se comprende lo aprendido. Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, y construir activamente nuevos conocimientos a partir de la experiencia y de los conocimientos previos.

Teniendo en cuenta las definiciones dadas por cada uno de estos autores encontramos algunos puntos en común que nos orientan para plantear nuestra aproximación a lo que puede ser la competencia matemática.

La competencia matemática es la habilidad de poner en práctica el conocimiento matemático para dar solución a situaciones o problemas de la vida cotidiana o de las mismas matemáticas. Entendiendo el conocimiento matemático como todo aquello que implica saber matemáticas como puede ser: el manejo de conceptos matemáticos, agilidad en el manejo de fórmulas o algoritmos, la interpretación de datos, de tablas, de gráficos de diversos tipos. El uso que se le da a estos conocimientos matemáticos debe estar enmarcado en un contexto social. Además se debe tener la posibilidad de argumentar o comunicar resultados.

Habiendo hecho este recorrido por lo que es la Competencia Matemática, y de acuerdo con la caracterización que se hace de la competencia matemática en el proyecto OCDE/PISA y en el proyecto KOM liderado por Niss se establecen ocho competencias matemáticas



características, donde la número 3 es la comunicación. Este trabajo girará entorno a la competencia de comunicación.

Antes de entrar a profundizar en lo que es la competencia de comunicación en matemáticas considero conveniente tener una visión general sobre comunicación dada por varios autores.

### **3.4 Una visión general sobre comunicación: La teoría de la acción comunicativa**

Esta teoría constituye un intento de reconstrucción de una sociedad con intención práctica. Es una ciencia reconstructiva, pero su impulso es más universal, puesto que intenta aislar, identificar y aclarar las condiciones que hacen posible la comunicación humana y nos capacita para juzgar las limitaciones y contribuciones de otras ciencias reconstructivas, ya que todas las competencias simbólicas humanas presuponen la competencia de la especie universal de comunicación.

Para Habermas el análisis social es más importante, la acción comunicativa permite una comprensión comunicativa entre los actores en interacción. En ese proceso, no se hace, principalmente, cálculos egoístas (instrumentales) para alcanzar el éxito, sino que se trata de lograr definiciones comunes de la situación para dentro de ellas, perseguir metas individuales.

El concepto de acción comunicativa:

“fuerza u obliga a considerar también a los actores como hablantes u oyentes que se refieren a algo en el mundo objetivo, en el mundo social y en el mundo subjetivo, y se entablan recíprocamente a este respecto pretensiones de validez que pueden ser aceptadas o ponerse en tela de juicio. Los actores no se refieren sin más intenciones a algo en el mundo objetivo, en el mundo social o en el mundo subjetivo, sino que relativizan sus emisiones sobre algo en el mundo teniendo presente la posibilidad de que la validez de ellas pueda ser puesta en cuestión por otros actores” (Habermas, 1989. p.493)

Habermas se inspira en la filosofía del lenguaje, especialmente en la teoría del acto del habla, pero sin olvidar que las interacciones comunicativas conforman un universo más amplio que el de los actos del habla explícitos. La acción comunicativa es esencialmente dialógica: el hablante y el oyente orientados a una mutua comprensión recíproca.

La acción comunicativa se funda en el carácter dialógico, intersubjetivo, apartándose de la tendencia hacia la subjetividad que permea la filosofía desde Descartes. El principal problema al que se enfrenta es cómo los sujetos se constituyen y forman a través de sus interacciones sociales, puesto que la intersubjetividad implica siempre pluralidad.

Con las características señaladas, Habermas sostiene que la acción comunicativa, y no la acción racional instrumental, es la conducta que caracteriza a las interacciones que se dan en la sociedad. Por eso, la acción comunicativa debe tener un lugar central en la teoría. Uno de los objetivos de tal teoría debe ser la identificación y eliminación de los factores estructurales que distorsionan la comunicación.

En las disciplinas regidas por el interés técnico y el práctico, contienen una exigencia interna de comunicación abierta, libre, no coercitiva.

Veamos en un cuadro algunas otras referencias de algunos otros autores sobre comunicación:

### 3.4.1 Otros referentes teóricos sobre comunicación

Autor	Comunicación
<b>Lemke</b> 1998	Propone el término <i>híbrido semiótico</i> para expresar que los conceptos científicos son simultáneamente verbales, visuales, matemáticos y accionales; para este autor, cada uno de los «modos» puede ser considerado un canal de comunicación que proporciona información (algunas veces equivalente, otras complementaria, que puede ser repetida o contradictoria...) y es la interacción entre los diferentes modos la que hace posible la construcción del significado. Afirma que la ciencia no se hace ni se comunica exclusivamente a través del lenguaje verbal. Los «conceptos» de la ciencia no son solamente verbales, a pesar de tener componentes verbales. Propone el término <i>híbridos semióticos</i> para expresar que los conceptos científicos son simultáneamente verbales, visuales, matemáticos y accionales, es decir, un concepto científico, como puede ser <i> fuerza</i> necesita de palabras, gráficos, acciones, diagramas, símbolos matemáticos, fórmulas, etc. Para ser comunicado.
<b>Sutton</b> 1996	Insiste en el carácter dinámico del conocimiento científico, destacando su función de poner a prueba nuevas ideas, proponer modelos e interpretar nuevas situaciones. El lenguaje utilizado por los científicos también cambia. Puede ser personal y persuasivo en las etapas iniciales de su investigación (cuando constituye un «sistema interpretativo») y neutro y formal al presentarlo como algo ya definitivo en los libros de texto (cuando se ha convertido en un «sistema de etiquetado»). Nuevos modos de representación y de reproducción del conocimiento (diagramas, nuevas imágenes, nuevas tecnologías...) pueden transformar los códigos semióticos que utilizan los científicos (Kress y Van Leeuwen, 1996; Lemke; 1998a).
<b>Austin</b> 1971	Establece una distinción de tipo de actos, los actos locucionarios, los perlocucionarios y los ilocucionarios, con los que pretende observar qué tipo de conexión se establece entre el significado, la intencionalidad y las acciones en la comunicación entre los sujetos. Así según esta tipología de los actos locucionarios se fundamentan en las locuciones, que son las frases, los ilocucionarios, que se basan en la intención de la persona que habla y los perlocucionarios que se traducen en la acción resultante del mismo acto. Para Austin existe un componente importante que diferencia los actos de habla, este componente es la intencionalidad.

Cuadro 4. Otros referentes teóricos sobre comunicación

Las definiciones Sutton y Lemke fueron tomadas de: comunicación multimodal en la clase de ciencias: el ciclo del agua. La definición de Austin Tomada de : Artículo consecuencias para la educación de las concepciones de Searle y Habermas sobre el lenguaje.

### 3.5. La competencia de comunicación en matemáticas

La comunicación es una parte esencial de las matemáticas y de la educación matemática. Es un camino para compartir y aclarar las ideas. A través de la comunicación, las ideas llegan a ser objeto de reflexión, perfeccionamiento, discusión y rectificación. El proceso de comunicación ayuda también a dar significado y permanencia a las ideas y hacerlas públicas.

Cuando se estimula a los estudiantes a pensar y razonar acerca de las matemáticas y a comunicar a otros los resultados de su pensamiento, oralmente o por escrito, aprenden a ser claros y convincentes.

Comunicar en matemáticas quiere decir que se es capaz de utilizar vocabulario, su forma de notación y su estructura para expresar y entender ideas y relaciones. En este sentido, la comunicación matemática es parte integrante del conocer y usar las matemáticas.

La comunicación es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas. Es uno de los procesos más importantes para resolver problemas. En la resolución de problemas, adquiere especial importancia la expresión tanto oral como escrita de los procesos realizados y de los razonamientos seguidos, puesto que ayudan a formalizar el pensamiento. El lenguaje matemático es, en sí mismo, un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la precisión en sus términos y por su gran capacidad para transmitir conjeturas gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto. La incorporación de lo esencial del lenguaje matemático a la expresión habitual y la adecuada precisión en su uso.

La comunicación es un nuevo elemento a considerar. Encontrar estrategias comunicativas a través de las que se puedan vehicular los contenidos constituye un tema de investigación en la actualidad. Se presume que es un tema importante a partir de investigaciones iniciadas en los últimos años pero se trata de un tema abierto. Se plantea en un contexto social del aprendizaje matemático donde, además del maestro, los compañeros tienen un papel importante en la adquisición de los saberes. No se trata de redistribuir el trabajo ni de que los demás compañeros actúen como profesor. Discutir sobre los distintos modos de afrontar una situación problemática o una investigación, entender otros métodos de resolución, llegar a relacionar conceptos, aplicar procedimientos conocidos a nuevos problemas, etc., son actividades complejas que se producen mejor en colaboración (Burgués, C. 2000)

Cuando los alumnos escuchan las explicaciones de los demás compañeros pueden tener oportunidades para desarrollar su comprensión. Cuando en las clases se dan conversaciones en las cuales se exploran ideas matemáticas desde diversas perspectivas, pueden ayudar a los participantes a compartir lo que piensan y a hacer conexiones. Los alumnos que se involucran en discusiones para justificar soluciones, especialmente cuando hay desacuerdo, llegarán a una mejor comprensión matemática a medida que intentan convencer a sus compañeros sobre los diferentes puntos de vista (Hatano y Inagaki 1991 citado en NCTM 2000, p.64). Esta actividad contribuye también al desarrollo de un lenguaje para expresar las ideas matemáticas, y a apreciar la necesidad de la precisión en este lenguaje. Los alumnos que tienen oportunidades, incentivo y apoyo para hablar, escribir, leer y escuchar en las clases de matemáticas, se benefician doblemente: comunican para aprender matemáticas y aprenden a comunicar matemáticamente.

Tal y como leemos en PISA:

“Esto comporta saber expresarse de diferentes maneras, tanto oralmente como por escrito, sobre temas de contenido matemático y entender las afirmaciones orales y escritas de terceras personas sobre dichos temas”. (PISA 2003 p.41)  
(...)

“En el sentido lingüístico, la competencia presupone, entre otras cosas, un amplio vocabulario y un conocimiento sustancial de las reglas gramaticales, la fonética, la ortografía, etc. A la hora de comunicarse, los seres humanos combinan estos elementos de una manera creativa en respuesta a las diferentes situaciones del mundo real en las que se ven envueltos. Del mismo modo, la competencia matemática no debe limitarse al conocimiento de la terminología, datos y procedimientos matemáticos, aunque, lógicamente, debe incluirlos, ni a las destrezas para realizar ciertas operaciones y cumplir con determinados métodos. La competencia matemática comporta la combinación creativa de estos elementos en respuesta a las condiciones que imponga una situación externa.” (PISA 2003 p. 28).

Debido a que las matemáticas se expresan con tanta frecuencia mediante símbolos, la comunicación oral y escrita de las ideas matemáticas no es siempre reconocida como una parte importante de la educación matemática. Los alumnos no hablan necesariamente con naturalidad sobre matemáticas, es necesario que los profesores les ayuden a aprender como hacerlo (Cobb, Wood y Yackel 1994, citado en NCTM,2000 p.64)

Los alumnos necesitan trabajar en tareas matemáticas que constituyan temas útiles de discusión. Las tareas procedimentales para las que se espera que tengan bien desarrollados los algoritmos necesarios, generalmente no son buenas candidatas. Los problemas interesantes que “lleven a alguna parte” matemáticamente, pueden ser muchas veces catalizadores de conversaciones enriquecedoras.

Los estudiantes ganan perspicacia en su pensamiento cuando presentan sus métodos para resolver problemas, justifican su razonamiento a un compañero o al profesor o cuando hacen preguntas sobre algo que es extraño para ellos. La comunicación puede apoyar el aprendizaje de conceptos matemáticos nuevos, cuando escenifican una situación, dibujan, utilizan objetos, dan justificaciones o explicaciones verbalmente, utilizan diagramas, escriben y usan símbolos matemáticos.

Escribir en matemáticas puede también ayudar a los alumnos a consolidar lo que piensan, ya que requiere reflexionar sobre su trabajo y aclarar sus ideas sobre las nociones desarrolladas en una lección.

Para apoyar con eficacia el discurso en el aula, los profesores tienen que propiciar un ambiente en el que los alumnos se sientan libres para expresar sus ideas.

Thomas A. Romberg en su artículo “Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas” (p.375) destaca la comunicación verbal y escrita como una parte crucial del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por las siguientes razones: En primer lugar, la comunicación en forma de argumento lógico es fundamental para el discurso matemático. En segundo lugar, la comunicación es el medio por el cual los conocimientos personales se sistematizan en un ámbito y, por tanto, se aceptan como conocimiento nuevo. En tercer lugar el desarrollo en las categorías y estructuras del sistema lingüístico estructura la comprensión del niño y la hace progresar hacia un modelo de conciencia pública.

Las matemáticas se apoyan fuertemente en la utilización de símbolos y dan un significado específico, y a menudo diferente, a palabras comunes. Una evaluación de la capacidad de los alumnos para comunicarse matemáticamente debe ir dirigida por un lado al significado que

den a los conceptos y procedimientos de las matemáticas, y por otro a la soltura que tengan al hablar acerca de ideas matemáticas, y entender y valorar ideas expresadas matemáticamente.

“Las clases deberían caracterizarse por las conversaciones sobre las matemáticas entre los estudiantes y entre éstos y el profesor. Para que los profesores maximicen la comunicación con y entre los estudiantes, deberían minimizar la cantidad de tiempo que ellos mismos dominan las discusiones en el salón de clase” (NCTM,1989, p.25)

En las clases los profesores necesitan escuchar lo que los estudiantes comprenden, lo que ellos saben, lo que ellos piensan sobre las matemáticas y sobre su aprendizaje, escuchar las preguntas que hacen e intuir las que no hacen, etc., para conocer cómo van sus procesos de razonamiento, de resolución de problemas, etc., para orientar el uso del lenguaje matemático y ayudarlos a desarrollar su habilidad para comunicar matemáticas.

Para que los estudiantes puedan comunicarse matemáticamente necesitamos establecer un ambiente en nuestras clases en el que la comunicación sea una práctica natural, que ocurre regularmente, y en el cual la discusión de ideas sea valorada por todos. Este ambiente debe permitir que todos los estudiantes:

- Adquieran seguridad para hacer conjeturas, para preguntar por qué, para explicar su razonamiento, para argumentar y para resolver problemas.
- Se motiven a hacer preguntas y a expresar aquellas que no se atreven a exteriorizar.
- Lean, interpreten y conduzcan investigaciones matemáticas en clase; discutan, escuchen y negocien frecuentemente sus ideas matemáticas con otros estudiantes en forma individual, en pequeños grupos y con la clase completa.
- Escriban sobre las matemáticas y sobre sus impresiones y creencias tanto en informes de grupo, diarios personales, tareas en casa y actividades de evaluación.
- Hagan informes orales en clase en los cuales comunican a través de gráficos, palabras, ecuaciones, tablas y representaciones físicas.
- Frecuentemente estén pasando del lenguaje de la vida diaria al lenguaje de las matemáticas.

“La comunicación matemática puede ocurrir cuando los estudiantes trabajan en grupos cooperativos, cuando un estudiante explica un algoritmo para resolver ecuaciones, cuando un estudiante presenta un método único para resolver un problema, cuando un estudiante construye y explica una representación gráfica de un fenómeno del mundo real, o cuando un estudiante propone una conjetura sobre una figura geométrica. El énfasis debería hacerse sobre todos los estudiantes y no justamente sobre los que se expresan mejor ”.(NCTM, 1991, p.96)

En el NCTM, 2000. El Estándar de comunicación dice:

Los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para:

- Organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación.
- Comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas.
- Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás.
- Usar el lenguaje matemático con precisión para expresar ideas matemáticas.

Estos estándares nos hacen ver la importancia que tiene la comunicación en el proceso de aprendizaje de los estudiantes ya que los jóvenes interactuando con sus pares y profesores tienen la posibilidad del intercambio de ideas, de discutir el proceso de solución de problemas, la reflexión colectiva sobre estrategias seguidas, poder hablar de conceptos matemáticos, ser capaces de explicar el procedimiento realizado al resolver un ejercicio, en fin poder fortalecer las habilidades básicas del lenguaje como son: leer, escribir, escuchar, hablar, en un contexto matemático indudablemente debe contribuir a una buena adquisición de conocimientos matemáticos.

## 4. METODOLOGIA DE LA INVESTIGACIÓN

### 4.1 Aproximación metodológica y bases epistemológicas de la metodología

En el trabajo de investigación que presentamos aquí se ha utilizado una metodología de carácter cualitativo. Siguiendo lo que dicen Medina y Castillo (2006) la metodología cualitativa es indicada para observar los matices de estos comportamientos de profesores y alumnos parece que los más indicados son los estudios cualitativos.

La metodología cualitativa nos permite comprender las realidades de aula frente a determinados aspectos, en este caso particular la competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas. Tal y como afirma Creswell (1998), citado por Ballesteros, Úris, Ursúa, y Viscarrel (2006):

La investigación cualitativa es un proceso de investigación de comprensión basando en distintas tradiciones metodológicas de investigación que exploran un problema humano o social. A través de ella, el investigador construye una fotografía compleja, holística de un fenómeno, analiza las palabras, da un informe detallado de los puntos de vista de los informantes y dirige el estudio en un marco natural (p.75)

De acuerdo al interés de nuestra investigación como dice Merriam, 2002, citada por Ballesteros, Úris, Ursúa, y Viscarrel (2006) hay varios tipos de investigación cualitativa. Ella establece ocho enfoques dentro de los cuáles se encuentra la investigación crítica: hermenéutica, fenomenología, *grounded theory*, *case study*, etnografía, análisis narrativo, investigación crítica, investigación postmoderna. Nosotros hemos decidido orientar nuestra investigación hacia la línea del “*grounded theory*” (“investigación fundamentada”), debido a que este marco de investigación nos permite descubrir las creencias del profesorado, y lo que dicen que hacen, en torno a la competencia comunicativa de matemáticas, para así poder ir generando / construyendo teoría sobre este constructo. El motivo que nos ha llevado a escoger esta orientación es la limitación en las fuentes (tanto primarias, como secundarias) de investigación previa sobre la competencia comunicativa de matemáticas, sobre la que nos podamos apoyar para elaborar una investigación más orientada. Particularmente nosotros nos apoyamos en los planteamientos de la metodología comunicativa crítica. Esta metodología pretende describir, explicar, comprender, e interpretar la realidad, con el objeto de estudiarla para transformarla. Hace hincapié en que los resultados se construyen comunicativamente por la interacción entre las personas.

Sólo puede construir el objeto de estudio a través de las interpretaciones, reflexiones y teorías de las propias personas participantes en la realidad social que se requiere transformar. Es una perspectiva que encaja en las ciencias sociales con la teoría dual donde sujetos y sistemas no sólo son importantes, sino que se necesitan mutuamente en una investigación dialógica que incluye realidades “descriptivas” y “normativas” que sirven para clarificar cuáles son los esfuerzos que logran más objetivos y cuáles consiguen menos. Desde el sistema el equipo investigador incorpora teorías y base científica que se complementan y contrastan con los conocimientos y la práctica del mundo de la vida de las personas investigadas. (Flecha, Gómez, Latorre, Sánchez, 2006 p.33)

A continuación presentaremos una tabla cuya utilidad es dar una visión global y orientadora que sirva para situar la perspectiva comunicativa crítica en relación con el resto de enfoques.

Cuadro 5: Dimensiones básicas de las concepciones teóricas

DIMENSIONES	Perspectiva positiva	Perspectiva Comprensivista	Perspectiva socio crítica	Perspectiva Comunicativa crítica
	Concepción Objetivista	Concepción Constructivista	Concepción Socio Crítica	Concepción Comunicativa crítica
Ontológica	La totalidad es objetiva, independiente de los individuos que la conocen y que actúan en ella	La realidad es una construcción social que depende de los significados que le atribuyen las personas	La realidad es aprehendida y constituida por estructuras situadas históricamente y conformada por aspectos sociales, culturales, económicos, étnicos, etc.	La realidad social es una construcción humana cuyos significados son contruidos de forma comunicativa a través de la interacción entre las personas
Epistemológica	Los enunciados científicos se basan en realidades objetivas	Los enunciados científicos se basan en realidad subjetivas, es decir, son construcción social	Los enunciados científicos son resultado de la dialéctica	Los enunciados científicos son resultado del diálogo
Metodológica	Cuantitativa	Cualitativa	Socio crítica	Comunicativa crítica
Racional	Instrumental	Instrumental	Instrumental	Comunicativa
Orientación Social	Orientada a describir y explicar los fenómenos sociales. Facilita, genera favorece y/o no evita la reproducción social	Orientada a la comprensión e interpretación de la realidad. Al no buscar la transformación del entorno, puede favorecer o generar adaptación social	Busca, mediante la praxis social, transformar las estructuras sociales que constriñen a la humanidad. Genera transformación social	Pretende transformar los contextos sociales a través de la acción comunicativa. Genera transformación social
Sujeto Investigado	Es objeto en la investigación. La persona investigadora transmite los significados a la investigada	Es sujeto en la investigación. Los significados son contruidos por el sujeto investigado	Es participante en la investigación. Los significados están mediados por los valores y la ideología	Participa en planos de igualdad en la investigación. Los significados dependen de las interacciones
Sujeto Investigador	Centrado en el método de investigación, es decir, en los conocimientos y habilidades metodológicas	Centrado en el sujeto (facilita que exprese sus interpretaciones de la realidad)	Centrado en la participación del sujeto para transformar la realidad social	Centrado en el diálogo igualitario y en la transformación de los contextos
Relación Sujeto/objeto	Relación de independencia donde el sujeto descubre el significado del objeto	Relación de interdependencia donde el sujeto interpreta al objeto	Relación dialéctica basada en la reflexión y en la acción	Relación dialógica basada en la reflexión e intersubjetividad rompiendo el desnivel epistemológico
Aprendizaje	Aprendizaje tradicional	Aprendizaje significativo	Aprendizaje o cooperativo	Aprendizaje dialógico



Técnicas de recogida e información	Cuantitativas (instrumentos)	Cualitativas (estrategias)	Cuantitativas y Cualitativas	Cuantitativas y cualitativas de orientación comunicativa y algunas estrategias propiamente comunicativas
Análisis de la información	Cuantitativo (estadística descriptiva e inferencial)	Cualitativo (análisis de contenido, hermenéutico. etc.)	Cuantitativo y cualitativo (crítico: análisis dialéctico)	Cuantitativo y cualitativo (cuadro de análisis comunicativo: dimensión exclusiva y transformadora)

Fuente: Gómez, J., Latorre A., Sánchez M., Flecha R. (2006): *Metodología Comunicativa Crítica*. Barcelona: El Roure. También disponible [http://www.pcb.ub.es/crea/es/perspectiva\\_es.htm](http://www.pcb.ub.es/crea/es/perspectiva_es.htm)

#### 4.2 Población y muestra del estudio

Este trabajo de investigación se enmarca en la población del profesorado de matemáticas de secundaria en Cataluña. La muestra que hemos seleccionado no sigue en ningún caso criterios de representatividad estadística. Tampoco los resultados tienen pretensión de extrapolación o generalización al conjunto de la población docente de Cataluña. El objetivo del trabajo de investigación que presentamos aquí es construir una herramienta de estudio válida (y validada a través del contraste con el trabajo de campo), que nos permita analizar de manera rigurosa y sistemática la competencia de comunicación en el ámbito de la matemática, y en el caso de la educación secundaria.

La muestra del estudio que presentamos aquí está conformada por un total de 24 profesores/as de matemáticas de secundaria, todos en activo, pertenecientes a diferentes institutos de Cataluña. De esas 24 personas, 13 son profesoras y 11 son profesores.

Veamos en las siguientes tablas algunos aspectos importantes de la muestra estudiada.

Tabla 1: Años de experiencia docente de los/as profesores/as de la muestra.

Años de Experiencia docente	totales
4 - 10	5
11-17	4
18-24	5
25-31	8
32-38	2

Fuente: Elaboración propia.

Establecimos unos intervalos que permitieran ubicar los años de experiencia de los docentes, el profesor que menos años lleva trabajando ejerce hace 4 años y quien más años lleva como docente tiene 34 años de experiencia.

Tabla 2: Edad de las personas integrantes de la muestra seleccionada

Edades de los docentes	totales
29-35	5
36-42	4
43-49	5
50-56	6
57-63	3
64-70	1

Fuente: Elaboración propia.

Para la tabla establecimos unos intervalos que nos permitieran ubicar la edades de los profesores, el profesor menor tiene 29 años y el mayor 69 años.

Tabla 3 : Tamaño de los centros según el número de alumnos

Número de alumnos	totales
201 - 300	3
301 - 400	5
401 o más	16

Fuente: Elaboración propia.

Según los datos obtenidos observamos en la tabla que la mayoría de instituciones colaboradoras cuenta con más de 401 estudiantes matriculados.

Tabla 4: Profesorado de la muestra por tipo de centro al que pertenecen

Tipo de centro	Totales
Público	21
concertado	3
privado	0

Fuente: Elaboración propia.

Según los datos obtenidos podemos ver en la tabla que la mayoría de los profesores pertenecen al sector público.

Tabla5: Nivel de estudios de las personas integrantes de la muestra.

Titulación más alta	Totales
Licenciatura en matemáticas	10
Doctor	2
Licenciado en química	2
Otras licenciaturas	5
Otras titulaciones	5

Fuente: Elaboración propia.

En cuánto a las titulaciones nos encontramos con un grupo de profesores altamente capacitados. Otro aspecto importante de los profesores es que se encuentra en activo, para nuestro estudio es valioso este hecho ya que están viviendo la actual reforma del trabajo por competencias y sus aportes han sido valiosos.

### 4.3 Instrumentos de investigación

La metodología cualitativa implica la utilización y la recogida de datos utilizando diferentes estrategias e instrumentos. Nosotros elegimos la aplicación de un cuestionario abierto a profesores de secundaria de Cataluña, donde planteamos preguntas orientadas a dar respuesta a nuestras preguntas de investigación. Los datos obtenidos con las respuestas dadas por los profesores los hemos confrontado con las categorías *a priori* definidas desde nuestros referentes teóricos. A continuación se explica con más detalle estas consideraciones.

#### 4.3.1 Instrumentos de recogida de datos

El instrumento de recogida de datos es un cuestionario abierto. Referente al cuestionario, García (2002) dice:

Un cuestionario es un sistema de preguntas racionales, ordenadas en forma coherente, tanto desde el punto de vista lógico como psicológico, expresadas en un lenguaje sencillo y comprensible, que generalmente responde por escrito la persona interrogada, sin que sea necesaria la intervención de un encuestador. El cuestionario permite la recolección de datos provenientes de fuentes primarias, es decir de personas que poseen la información que resulta de interés. (García, 2002, p.29)

##### 4.3.1.1 Prueba piloto

Inicialmente realizamos una prueba piloto. La finalidad de esta prueba era comprobar si el cuestionario satisfacía los objetivos, si favorecía la comunicación y se comprendían las preguntas. La prueba piloto se realizó con 5 profesores de secundaria, que luego **no** han formado parte de la muestra final. Estos 5 profesores fueron 5 compañeros estudiantes del Máster del área de matemáticas, los cuales trabajan en educación secundaria en distintos Institutos de Cataluña. De esta manera, tratamos de garantizar el criterio de validez de los datos obtenidos, dado que todas las personas que contestaron el cuestionario definitivo, lo hacían por primera y única vez, y por tanto, sus respuestas no han sido sesgadas por la prueba piloto. Al aplicar el cuestionario en la prueba piloto apreciamos algunas fallas en su diseño, de manera que se reelaboró para ser aplicado en la prueba definitiva.

En el anexo 1 adjuntamos una copia del cuestionario que utilizamos durante la prueba piloto. Hacemos notar subrayado en verde los cambios que se hicieron en el cuestionario. El primer error detectado es que hablamos de que el cuestionario es anónimo y en los datos de identificación en la pregunta 1 pedimos nombre y apellidos. Luego en la pregunta 6 en el tamaño del centro nos damos cuenta que el primer intervalo que aparece no tiene sentido. En las preguntas en la número 8 nos damos cuenta que es una pregunta muy amplia y que nos podrían responder mil cosas y no precisamente relacionadas con la comunicación. Otra falla detectada fue el no haber dejado espacios en blanco para facilitar que los profesores dieran las respuestas.

##### 4.3.1.2 Prueba definitiva

En la prueba definitiva se aplica el cuestionario abierto habiendo hecho las correcciones de los errores detectados en la prueba piloto. Para esta prueba la muestra está conformada por 24 profesores de matemáticas de educación secundaria, los institutos participantes fueron 13. Con los datos proporcionados por estas 24 personas se hizo un análisis exploratorio. Los participantes de la prueba piloto son diferentes a los de la prueba definitiva. La versión definitiva del cuestionario, tal y como quedó, se adjunta en el anexo 2.

### 4.3.2. La recogida de datos

Para la recogida de datos se han seguido varias estrategias: divulgación del cuestionario por parte de los profesores participantes en la prueba piloto a sus compañeros de instituto, otros profesores del Máster de Ciencias, algunos profesores de varios institutos de Cataluña que tienen vínculos con la UAB, y localización de posibles instituciones colaboradoras a través de la página Web [www.xtec.es](http://www.xtec.es) se les envió un correo electrónico.<sup>3</sup> Por otro lado, también se visitaron 13 institutos y sólo se recibió respuesta favorable de 3 de ellos. En cada institución se enseñaba una carta de presentación redactada por mis tutores, donde se explicaba el motivo de la investigación, y se pedía permiso para entrevistas a los docentes del área de matemáticas (anexo 4).

La recogida de los datos fue una tarea muy difícil ya que no a todos los profesores que se les proporcionó el cuestionario para resolverlo accedieron a responder las preguntas. En muchos casos manifestaban falta de tiempo, o veían dificultad para resolver preguntas abiertas. El proceso de recogida de datos se inició a finales del mes de febrero y solo hasta finales de mayo pudo tenerse la totalidad de los cuestionarios.

### 4.4. Instrumentos de análisis de los datos

El instrumento está formado por una tabla de doble entrada en la cual las filas están formadas por las dimensiones de creencias y procedimientos o estrategias y las columnas están formadas por las variables: interacción, ambiente, lenguaje, dimensión cognitiva y participación (ver tabla 6.)

A continuación explicamos las partes del instrumento.

#### **Dimensión de creencias.**

Las creencias nos interesan para responder a las preguntas de investigación que nos planteamos al inicio de esta investigación (ver capítulo 2). Según Moreno (2002)

Las creencias son conocimientos subjetivos, poco elaborados, generados a nivel particular por cada individuo para explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones personales y profesionales vividas. Las creencias no se fundamentan sobre la racionalidad, sino más bien sobre los sentimientos, las experiencias y la ausencia de conocimientos específicos del tema con el que se relacionan, lo que la hacen ser más consistentes y duraderas para cada individuo (Moreno, 2002, p. 73).

En el caso de los profesores de matemáticas sus creencias tienen mucho que ver con su propia experiencia en las aulas y de la educación recibida por ellos. Todo lo relacionado con su forma de enseñar, las metodologías usadas, los recursos didácticos que utilizan, y las estrategias que creen que mejor le funcionan para que los estudiantes aprendan.

#### **Dimensión de procedimientos o estrategias.**

Los procedimientos o estrategias nos interesan porque queremos conocer cuáles son las actividades que los profesores dicen que realizan en las clases de matemáticas para potenciar la competencia de comunicación, qué estrategias creen ellos que pueden ayudar a desarrollar

---

<sup>3</sup> En concreto se envió el cuestionario a 17 institutos y no se recibió respuesta de ninguno de ellos. Ver anexo 3. Los institutos se localizaron por medio de la página del Departamento de Educación de Cataluña.

la competencia de comunicación, qué estrategias dicen los profesores que potencian la comunicación en el aula y cuáles no, y qué ejemplos nos pueden proporcionar los profesores sobre actividades que realizan en el aula.

Los procedimientos son aquellas formas de proceder o de actuar para conseguir un determinado fin.

Definición de las variables

Interacción

Para nuestro estudio podemos entender la interacción como la acción recíproca entre dos o más estudiantes, o entre estudiantes y profesor. Como producto de estas interacciones es de destacar que el resultado de estas interacciones es la modificación de los estados de los participantes. Si en esta interacción el profesor maneja relaciones de poder es decir, es el quien “manda” a hablar o callar los estudiantes pueden sentirse inseguros, pero si el profesor es una persona abierta al diálogo, que establece relaciones de entendimiento, los alumnos al hablar sobre algo pueden clarificarse con la intervención del profesor o pueden cambiar ese estado de inseguridad al darse cuenta con las intervenciones de los demás que tenían la razón.

“Los seres humanos establecen relaciones con los demás por medio de interacciones que pueden calificarse como procesos sociales. Toda interacción se fundamenta en una relación de comunicación”. (Rizo 2006). En nuestro caso estos procesos sociales se llevan a cabo en la clase de matemáticas.

La verbalización hace patente el pensamiento de los alumnos, haciéndolo público, proporcionando, por tanto, a los profesores oportunidades para descubrir las ideas y creencias de sus alumnos. Asimismo, permite que los chicos comprueben que han comprendido lo que se ha dicho. Al fomentar la conversación matemática, se centra la atención en el argumento y la convicción por medio de la explicación (Pimm, 1987, p. 82)

Ambiente

El ambiente tiene que ver con el clima que se vive en la clase, es el profesor el que en gran medida establece normas que pueden ser negociadas con los estudiantes para que este tiempo que se vive en el aula sea de armonía, respeto y participación.

Uno de los objetivos que se pueden cumplir con un buen ambiente de clase es el aprendizaje, por tanto para que este ambiente sea apropiado se debe estimular y facilitar las interacciones entre los miembros de la clase, más aún cuando lo que se pretende es llevar a las aulas un nuevo modelo de enseñanza y aprendizaje como es el caso de las competencias en matemáticas, donde deben cambiar muchas cuestiones organizativas y relacionales que resulten coherentes con el nuevo enfoque.

Juan R. Jiménez citado por Francisco J. Pozuelos Estrada nos acerca a esta realidad, presentándonos la importancia que para todas las tentativas innovadoras ha tenido siempre la creación de un ambiente de aula decididamente humanizado y abierto a la participación. Seguidamente propone una serie de criterios y orientaciones destinadas a favorecer un clima definido por la comunicación e integración de la diversidad que aparece en el marco de la clase.

El aula no sólo es un espacio físico, delimitado por unas paredes y un recinto cerrado. El aula en una propuesta comunicativa se configura como una comunidad de aprendizaje que tiene en diferentes áreas y lugares su sentido y realidad. Por tanto traspasar puertas, entrar en contacto con el entorno y establecer relación con otros contextos no sólo es algo deseable, más bien constituye uno de los referentes que mejor caracteriza a una clase que pretende salirse de la simplificada rutina escolar a la que estamos, lamentablemente, acostumbrados.

## Lenguaje

El lenguaje para esta investigación lo constituyen todas aquellas comunicaciones orales o escritas que hacen los alumnos para expresar sus pensamientos entre ellos o entre estos y el profesor en torno a situaciones puntuales que se planteen. Puede ser para expresar algún concepto, para explicar la resolución de un problema, para justificar algún procedimiento seguido al realizar un ejercicio. Para nuestra investigación consideramos lenguaje: exposiciones orales, explicaciones por escrito, salir a la pizarra a explicar algún concepto o problema, dibujar un esquema, trazar un gráfico, redactar enunciados de problemas, lectura de tópicos matemáticos, entre otros.

El papel del profesor para fomentar el lenguaje en el aula es crear un ambiente de diálogo donde todos los miembros de la clase se sientan cómodos para participar y que estas participaciones contribuyan al aprendizaje de las matemáticas, el profesor debe actuar como un orientador del uso del lenguaje haciendo las precisiones o correcciones pertinentes que permitan ir reorganizando las expresiones dadas por los alumnos hacia la adquisición de un lenguaje matemático adecuado.

El solo hecho de que los alumnos expresen lo que piensan en voz alta les ayuda a aclarar y organizar sus pensamientos, al profesor le ayuda a ver la forma como piensan sus alumnos y es allí donde puede entrar a clarificar algunas cuestiones que perciba que para el alumno no son claras y que a su vez pueden servir de aclaraciones para el resto de la clase que esta escuchando.

Una función que facilita el lenguaje, al lado de la comunicación directa, consiste en la reflexión sobre los propios pensamientos al hablar. Los pensamientos se exteriorizan notablemente, lo que permite que el propio hablante acceda a los mismos con mayor rapidez. Aprender a hablar y, de modo más sutil, aprender a significar como un matemático, supone adquirir las formas, los significados y los modos de ver que se hallan en el registro matemático (Pimm, 1987, p. 288).

La comprensión está ligada al lenguaje y su uso, y se relaciona con eventos tales como captar el mensaje, entender al otro, entender lo que dijo el profesor, descubrir las intenciones de lo que se dice. Comprender la matemática es atribuir significado a los objetos matemáticos o al conjunto de símbolos que constituyen el lenguaje matemático.

Una de las estrategias que pueden fortalecer el lenguaje es el comentar un texto matemático porque al hacerlo se desentraña de él el contenido, cuando se buscan relaciones entre lo escrito y lo conocido, se captan las ideas fundamentales y las ideas secundarias, se pueden hacer transferencias a situaciones cotidianas.

## Dimensión cognitiva

En nuestra investigación asumimos la dimensión cognitiva como el espacio que tiene el profesor para hacer entendible determinados saberes teniendo en cuenta la permanente

interacción con sus alumnos con el fin de lograr aprendizajes perdurables. En este proceso de enseñanza y aprendizaje el profesor debe estar dispuesto a hacer explicaciones claras que permitan la comprensión de sus estudiantes, estar atento a sus inquietudes, fomentar en sus estudiantes las habilidades que permitan comunicar a otros lo que han aprendido.

El conocimiento va unido a la “comprensión”. Pero ¿qué es comprender un concepto matemático? Para Bloom, la “comprensión” abarca tres niveles de capacidades: la transposición, la interpretación y la extrapolación. En matemáticas hay mayor número de niveles, pero lo que queremos alcanzar en un alumno en secundaria puede incluirse en el dominio de la transposición (posibilidad de expresarse de otra manera, explicitar) y de la interpretación (capacidad de reconocer, proponer ejemplos, realizar transferencias, abstraer el concepto y utilizarlo). Para Bloom, si el alumno triunfa en cierto número de ejercicios de transposición y de interpretación se podría conjeturar la capacidad de comprensión pero sin estar totalmente seguro.

Lo cognitivo, la comprensión hace alusión al dominio conceptual y a los procesos cognitivos subyacentes a la actividad matemática. Así, la comprensión matemática la podemos ver, especialmente desde lo educativo, desde tres perspectivas distintas: la disciplinar, que representa una preocupación por saber contenidos matemáticos, la semiótica, que muchas veces identifica comprender matemáticas con entender el lenguaje matemático y la cognitiva o de dominios conceptuales que representa una preocupación por la constitución del pensamiento matemático y no solo por los contenidos disciplinares matemáticos.

El conocimiento conceptual está más cercano a la reflexión y se caracteriza por ser un conocimiento teórico, producido por la actividad cognitiva, muy rico en relaciones entre sus componentes y con otros conocimientos; tiene un carácter declarativo y se asocia con el saber qué y el saber por qué.

### Participación

Para esta investigación la participación tiene que ver con todas aquellas actuaciones impulsadas por el docente para que sus estudiantes se impliquen activamente en la clase, proporcionándoles espacios para compartir sus ideas con los demás compañeros y el profesor. En este proceso de participación se generan debates que favorecen el aprendizaje de las matemáticas.

Participar es acción. Es hacer algo. Es tomar parte. Es un proceso en el que uno se emplea logrando y /o contribuyendo a que se obtenga un resultado y a su vez está la actividad realizada, así como el producto mismo que la actividad le proporciona siempre a uno, un crecimiento. La participación en el proceso de aprendizaje es una condición necesaria. Hasta tal punto que resulta imposible aprender si el sujeto no realiza una actividad conducente a incorporar en su acervo personal bien una noción, definición, teoría, bien una habilidad, o también una actitud o valor. (Ferreiro, 2005, p.4)

Para aprender matemáticas es necesaria la participación activa y comprometida de los estudiantes, motivados y acompañados del profesor permanentemente. Pues es el profesor quien debe encausar estas participaciones pues no es suficiente hablar por hablar, sino que estas participaciones contribuyan a reafirmar los aprendizajes, a aclarar las dudas de quien participa y las de sus compañeros.

A continuación se adjunta la tabla de categorías de análisis

NOTA:

Los indicadores que aparecen en las tablas de las categorías de análisis para cada una de las dimensiones y variables fueron construidas teniendo en cuenta la teoría estudiada y específicamente tomadas de Principios y estándares para la educación matemática, Sociedad Andaluza de educación matemática Thales, en las páginas que hablan de comunicación específicamente páginas 274 a 276 y de los lineamientos curriculares de matemáticas del Ministerio de Educación de Colombia en las páginas 94 a 96.



Tabla 6. Categorías de Análisis

	<b>INTERACCIÓN Pública/Restringida</b>	<b>AMBIENTE</b>	<b>LENGUAJE</b>	<b>DIMENSIÓN COGNITIVA</b>	<b>PARTICIPACIÓN</b>
<b>CREENCIAS</b>	<p><b>1</b></p> <p><b>1.1</b> El profesor debe guiar, escuchar, discutir, sugerir, preguntar y clarificar el trabajo del los alumnos a través de actividades apropiadas e interesantes.</p>	<p><b>2</b></p> <p><b>2.1</b> El ambiente de la clase puede o no favorecer la comunicación en la clase. Un ambiente en el cual los estudiantes se sientan seguros se animarán a comunicar de lo contrario nadie querrá comunicar. Si el ambiente se basa en jerarquía de poder los estudiantes no participaran.</p>	<p><b>3</b></p> <p><b>3.1</b> El profesor debe estimular a los estudiantes a comunicar a otros los resultados de su pensamiento oralmente o por escrito.</p>	<p><b>4</b></p> <p><b>4.1</b> Para que exista comunicación en matemáticas debe haber comprensión. Se debe entender de lo que se está hablando.</p>	<p><b>5</b></p> <p><b>5.1</b> La competencia de comunicación en matemática se desarrolla a través de la participación.</p>
<b>PROCEDIMIENTOS</b>	<p><b>6</b></p> <p><b>6.1</b> Guiar las discusiones en clase.</p> <p><b>6.2</b> Escuchar lo que los estudiantes comprenden, lo que ellos saben, lo que ellos piensan sobre las matemáticas y sobre su aprendizaje.</p> <p><b>6.3</b> Preguntar.</p>	<p><b>7</b></p> <p><b>7.1</b> Establecer normas relativas al aprendizaje en la comunidad de la clase, que apoyen aprendizaje de todos los alumnos.</p>	<p><b>8</b></p> <p><b>8.1</b> Orientar el uso del lenguaje matemático.</p> <p><b>8.2</b> Utilizar un lenguaje adecuado.</p> <p><b>8.3</b> Utilizar la comunicación oral y escrita.</p> <p><b>8.4</b> Pedir a los estudiantes que escriban la explicación de algún concepto.</p>	<p><b>9</b></p> <p><b>9.1</b> Hacer aclaraciones siempre que se requiera.</p> <p><b>9.2</b> Explicar procedimientos.</p> <p><b>9.3</b> Ayudar a desarrollar en sus estudiantes la habilidad para comunicar ideas Matemáticas.</p>	<p><b>10</b></p> <p><b>10.1</b> Animar a los alumnos a compartir sus ideas.</p> <p><b>10.2</b> Facilitar el aprendizaje de los alumnos a través del debate en clase.</p> <p><b>10.3</b> Controlar la participación en clase.</p>
<b>O</b>					
<b>ESTRATEGIAS</b>					

	<b>INTERACCIÓN Pública/Restringida</b>	<b>AMBIENTE</b>	<b>LENGUAJE</b>	<b>DIMENSIÓN COGNITIVA</b>	<b>PARTICIPACIÓN</b>
<b>CREENCIAS</b>	<p><b>1</b></p> <p><b>1.2</b> El trabajo en pequeños grupos orientados por el profesor para asegurar que el discurso contribuya al aprendizaje de los miembros.</p> <p><b>1.3</b> El profesor debe fomentar el diálogo o conversaciones sobre matemáticas. Entre los estudiantes y entre y entre estos y el profesor.</p>	<p><b>2</b></p> <p><b>2.2</b> Establecer un ambiente en las clases en el que la comunicación sea una práctica natural.</p>	<p><b>3</b></p>	<p><b>4</b></p>	<p><b>5</b></p>
<b>PROCEDIMIENTOS O ESTRATEGIAS</b>	<p><b>6</b></p> <p><b>6.4</b> Escuchar las preguntas que los estudiantes hacen.</p> <p><b>6.5</b> Controlar el aprendizaje de sus alumnos para dirigir adecuadamente el discurso de la clase.</p> <p><b>6.6</b> Conversaciones sobre las matemáticas entre los estudiantes y entre éstos y el profesor.</p>	<p><b>7</b></p>	<p><b>8</b></p> <p><b>8.5</b> Proponer tareas que permitan diversas representaciones.</p> <p><b>8.6</b> Pedir a los estudiantes que escriban comentarios sobre lo que han aprendido en Una o en varias lecciones.</p>	<p><b>9</b></p> <p><b>9.4</b> Proponer tareas que sean abordables por distintos métodos de solución.</p>	<p><b>10</b></p> <p><b>10.4</b> Dar oportunidad de participar a los alumnos.</p>

Fuente: Elaboración propia.

## 5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

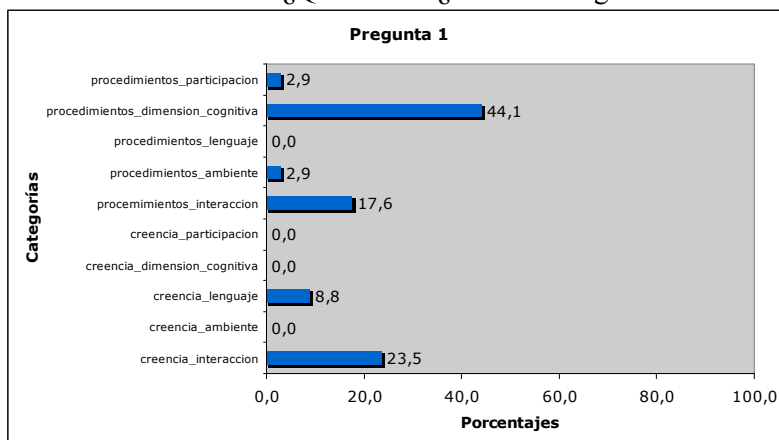
A continuación los resultados se van a organizar desde dos puntos de vista. Por un lado, se realiza la exposición de los resultados pregunta por pregunta. Queremos ver así las tendencias generales que corresponden a cada una de las categorías y que similitudes o diferencias observamos en las respuestas obtenidas en el trabajo de campo.

Después, se realiza una presentación de los resultados de acuerdo a las categorías de análisis.

### 5.1 Análisis pregunta por pregunta

En la primera pregunta (*¿Podrías explicarme cómo funcionan tus clases de matemáticas? ¿Qué haces? ¿Cómo las organizas?*) se hace una primera exploración sobre cómo dice el profesor que actúa en su clase. Se trata de una primera pregunta para introducir el cuestionario, crear un clima de distensión, al inquirir sobre un aspecto cotidiano del trabajo habitual del profesor/a, que por otro lado busca también que la persona entrevistada nos informe sobre aspectos concretos de su metodología docente. A continuación se adjunta la figura 1, en la que se observan las frecuencias de respuesta obtenidas en este ítem.

Figura 1. Categorías de respuesta a la pregunta 1: *¿Podrías explicarme cómo funcionan tus clases de matemáticas? ¿Qué haces? ¿Cómo las organizas?*



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en el cuestionario.

De un primer análisis meramente descriptivo de los resultados, destaca que aparecen 15 intervenciones sobre la categoría “procedimientos - dimensión cognitiva” hechas por 13 profesores ya que uno se ubica en 2 veces en esta categoría.

Lo más relevante en estas intervenciones hace referencia a la explicación teórica. Afirmaciones tales como “explico la parte teórica, explicamos materia nueva, explico la teoría que toca aquel día” son claro ejemplo del tipo de respuestas que hemos obtenido en esta categoría.

Es importante recalcar que la dimensión cognitiva es el principal objetivo de la práctica del docente, ya que se quiere orientar el aprendizaje de conocimientos matemáticos pero

que en este camino se han de tener en cuenta otros aspectos importantes como es el caso del trabajo orientado hacia el desarrollo de competencias en nuestro caso la comunicación en matemáticas.

En la categoría de “creencias-interacción” se hacen 8 intervenciones hechas por 7 profesores, ya que un profesor se ubica en 2 veces en esta categoría. La mayoría de los profesores hablan de trabajo en grupo para resolver problemas o ejercicios con la orientación del profesor y manifiestan que hay interacción permanente entre los alumnos y de los alumnos con el profesor.

Vemos que la interacción es uno de los aspectos más relevantes que manifiestan los profesores que hacen. En nuestro marco teórico mostramos la interacción como elemento importante para que exista comunicación.

En la categoría de “procedimientos-interacción” intervienen 6 profesores, los profesores dicen que plantean trabajos en grupo, que hacen preguntas a los alumnos, que les resuelven dudas, que se hacen puestas en común.

En la categoría de “creencia-lenguaje” se dan 3 intervenciones los profesores dicen que intentan que los alumnos verbalicen, que se expliquen unos a otros, o saliendo a la pizarra a explicar a toda la clase.

En la categoría de “procedimientos-ambiente” sólo aparece una intervención.

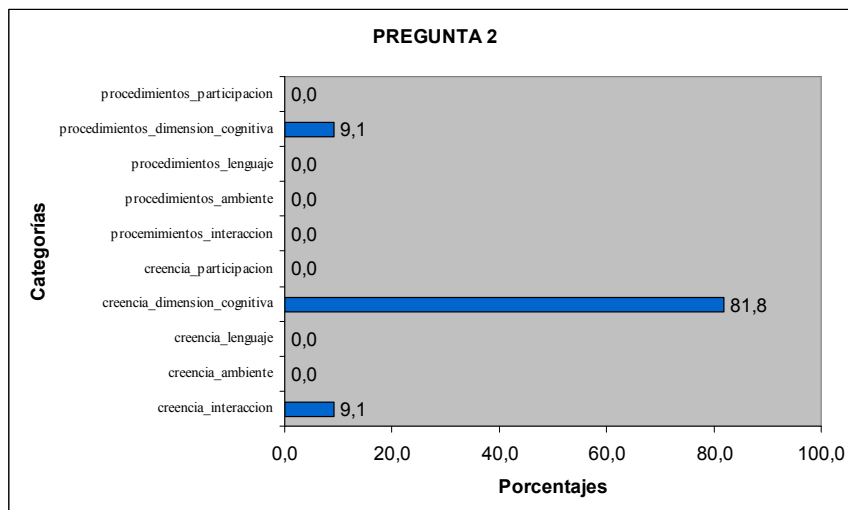
Veamos en la tabla 7. Las intervenciones hechas por los profesores.

Procedimientos Dimensión cognitiva	creencias Interacción	Procedimientos interacción	Creencia lenguaje	Procedimientos ambiente
<p>Explico la parte teórica.</p> <p>Hago la explicación teórica con su "ayuda".</p> <p>Explicamos materia nueva.</p> <p>Explicación de algún concepto o procedimiento nuevo.</p> <p>Explico, a partir de ejemplos.</p> <p>Parte explicativa, al iniciar el concepto a trabajar.</p> <p>Voy explicando los temas y vamos haciendo cada día problemas sobre lo que se ha explicado.</p> <p>Se hace la teoría adecuada.</p> <p>Se explica el tema y problemas.</p> <p>Hago los conocimientos teóricos imprescindibles.</p> <p>Explicamos un apartado nuevo del tema que nos ocupa.</p> <p>Planteo una actividad para introducir novedades (desarrollo de contenidos).</p> <p>Explico la teoría que toca aquel día.</p>	<p>Planteo trabajar en grupos, lo más heterogéneos posibles, diferentes ejercicios que les lleven a desarrollar el tema y a preguntarse procesos, plantearse problemas... que entre las personas de esos grupos interactivos puedan resolver en la interacción de los miembros que los forman. Mi papel en estos momentos consiste en encauzar dudas que los grupos plantean.</p> <p>Práctica intensiva, siempre acompañada de diálogo interactivo entre alumnos y el profesor como moderador a veces y como participante en otras.</p> <p>Introduzco el tema a tratar con algún problema sencillo, dejo que los alumnos lo piensen y lo comenten y introduzco los conceptos y herramientas matemáticas necesarias para resolverlo. A partir de este momento, utilizo ejercicios y problemas para profundizar hasta que el alumno obtiene la solvencia suficiente para resolver un problema por él mismo.</p>	<p>Se explica con frecuentes preguntas a los alumnos.</p> <p>Soy yo la protagonista poco a poco los alumnos van tomando la clase con sus intervenciones en la pizarra. De vez en cuando hago que trabajen en grupo, normalmente hago grupos homogéneamente heterogéneos.</p> <p>Resolución de dudas.</p> <p>Preguntas a los Alumnos.</p> <p>En clase intentamos poner en común la solución de lo que hemos propuesto y discutimos las diferentes alternativas.</p> <p>que puede llevarse a cabo individualmente, por parejas o en grupo.</p>	<p>Intento que piensen, verbalicen y acaben de deducir ellos solos, pero no lo consigo.</p> <p>Los alumnos salen a la pizarra y explican como los han resuelto.</p> <p>Luego se hace una puesta en común donde unos y otros explican como han llegado a resolver las actividades en cuestión llegando entre todos determinar la regla o fórmula que las rige.</p>	<p>"Una vez lograda la calma necesaria para trabajar".</p>

Tabla 7. Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 1. Ubicadas en cada una de las categorías.

En la segunda pregunta (*¿Crees importante que los estudiantes aprendan a comunicar ideas matemáticas? ¿Por qué?*), los profesores y profesoras a los que hemos pasado el cuestionario, explican sus creencias sobre la importancia (o no) de que los estudiantes aprendan a comunicar ideas matemáticas.

Figura 2. Categorías de respuesta a la pregunta 2: *¿Crees importante que los estudiantes aprendan a comunicar ideas matemáticas? ¿Por qué?*



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en el cuestionario.

En esta pregunta se ubican 9 profesores en la categoría “creencia-dimensión-cognitiva” manifiestan que quien sabe algo debe saber comunicarlo. Todas las intervenciones aportan aspectos importantes. (Ver tabla 8).

En las respuestas que dan los profesores se observa que coinciden con lo que definimos en esta categoría acerca de que para que exista comunicación en matemáticas debe haber comprensión.

Solo aparece una intervención en la categoría de “creencias-interacción” y una intervención en torno a la categoría “procedimientos-dimensión-cognitiva”.

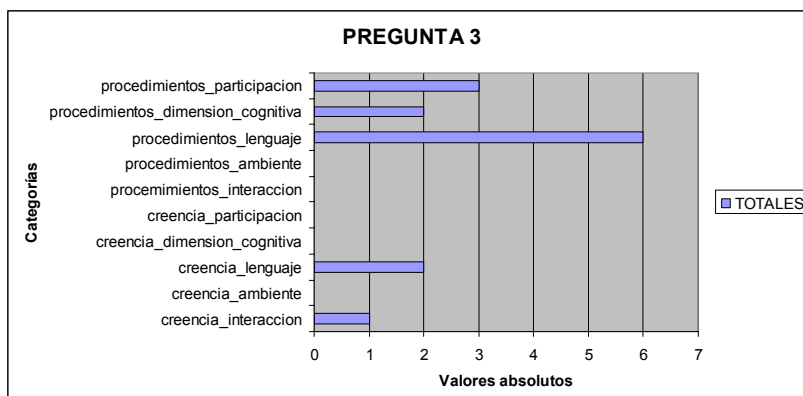
En la tabla número 8 podemos ver las intervenciones.

**Tabla 8. Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 2. Ubicadas en cada una de las categorías.**

<b>Creencia dimensión cognitiva</b>	<b>Creencias interacción</b>	<b>Procedimientos dimensión cognitiva</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Porqué si no se sabe comunicar algo, hay serias dudas de que se sepa. Por otra parte, ¿cómo podría saber el profesor que alguien sabe algo si no se comunica con claridad?.</li> <li>- Cuando son estas edades de formación básica es importante que sepan ordenar sus ideas.</li> <li>- en matemáticas, como en casi todas las disciplinas, cuando realmente entiendes y asimilas unos conceptos es cuando tienes que explicárselo al otro.</li> <li>- cuando verbalizas lo que sabes, es cuando te das cuenta si lo sabes de verdad o no.</li> <li>- Si. Les ayuda a estructurar su razonamiento.</li> <li>- sabemos únicamente aquello que somos capaces de explicar.</li> <li>- No sólo es importante lo considero imprescindible para el aprendizaje en matemáticas, es útil para solucionar dudas, para encontrar soluciones más creativas mejores.</li> <li>- Porque es una forma de aprender.</li> <li>- el que comunica bien, sabe de que está hablando.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- si es importante que los estudiantes comuniquen ideas matemáticas porque “todos aprendemos de todos”.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- que los alumnos verbalicen diferentes maneras de pensar y resolver los problemas, entonces así podemos ampliar los recursos.</li> </ul>

En la tercera pregunta *¿Cómo evalúas la competencia de comunicación de ideas matemáticas en tus estudiantes?* Se dan más intervenciones en la categoría de dimensión de “procedimientos-lenguaje”: 6 profesores hacen referencia a que evalúan la competencia de comunicación haciendo que los estudiantes expliquen el “por qué” de cómo resuelven los problemas o el resultado de algún ejercicio. El hacer énfasis en que los resultados numéricos por si solos no dicen nada, según afirman los profesores entrevistados.

Figura 3. Categorías de respuesta a la pregunta 3: *¿Cómo evalúas la competencia de comunicación de ideas matemáticas en tus estudiantes?*



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en el cuestionario.

En la categoría de “procedimientos-participación” se dan 3 intervenciones, que en nuestro caso se refiere a cómo los profesores observan en sus alumnos la forma de expresarse ante sus compañeros al explicarles los procesos seguidos, los resultados obtenidos.

En la categoría de “creencias-lenguaje” se dan 2 intervenciones donde se aprecia una amplia aproximación a las diversas formas de lenguaje.(orales, escritas, gráficas)

En la categoría de “procedimientos dimensión-cognitiva” se dan 2 intervenciones. En ellas lo que podemos observar es que los dos profesores que han hecho estas afirmaciones destacan que lo más relevante para ellos es que los estudiantes sepan explicar el por qué de lo que hacen. De hecho, la idea del por qué (de la comprensión) aparece repetidas veces a lo largo de las respuestas que hemos obtenido en esta pregunta, y en categorías diferentes, de manera que se trata de un elemento transversal en las respuestas del profesorado.

En la categoría de “creencias-interacción” aparece una intervención: “interactuar y comunicarme mucho con mis alumnos en el aula no solo les pregunto continuamente si entienden los contenidos sino que me los expliquen para verificar que así es.”

En esta intervención se aprecia claramente el interés del profesor por interactuar con sus alumnos y su interés porque aprendan.

Podemos ver las intervenciones en la tabla 9.

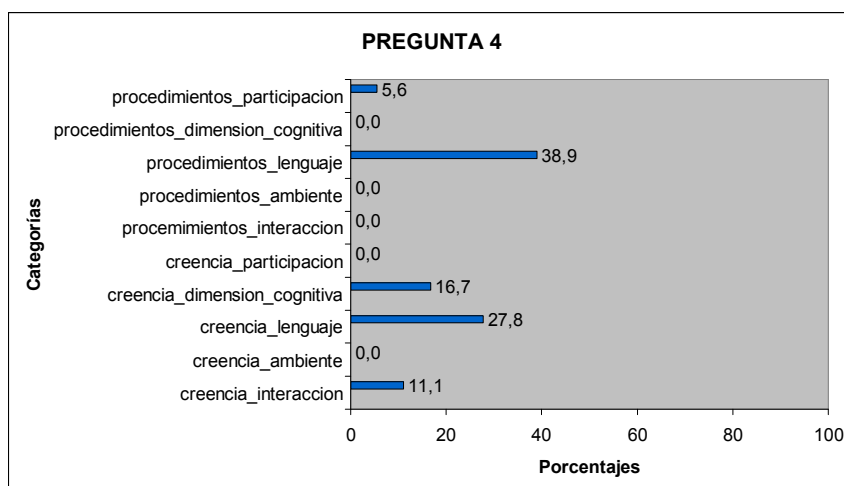


**Tabla 9. Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 3. Ubicadas en cada una de las categorías.**

Procedimientos lenguaje	Procedimientos participación	Creencias lenguaje	procedimientos dimensión cognitiva	Creencias interacción
<ul style="list-style-type: none"> <li>- La comunicación de cómo hacer los problemas. Y como comprender los conceptos matemáticos explicados.</li> <li>- Insisto en que el resultado sólo no sirve de nada; deben argumentar y exponer sus pensamientos</li> <li>- En todos los ejercicios les pido que razonen el por qué. Todos los problemas del enunciado han de estar explicados.</li> <li>- Les pido que se expresen correctamente y con el vocabulario adecuado. Esto tiene que reflejarse en las pruebas escritas que realizan y en los ejercicios que resuelven en sus libretas.</li> <li>- La exposición oral como instrumento de evaluación, además de las ya utilizadas exposiciones escritas.</li> <li>- Haciendo una exposición oral sobre un tema relacionado con la historia de las matemáticas y otra sobre las heurísticas de Polya. En el día a día les pregunto como plantean el problema y les pido que vayan poniendo por escrito diversos razonamientos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Observando como se expresan en la resolución de problemas en el grupo y cómo consiguen que sus compañeros entiendan y aprendan los contenidos matemáticos.</li> <li>- Como se expresan en la puesta en común en la pizarra,</li> <li>- Aquellas intervenciones en las que una idea, un gráfico, un dato, una pregunta, o bien dan en la clave del problema, o bien ayudan a comprender la situación en que estamos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hacerse con el lenguaje y expresiones adecuadas (orales, escritas, gráficas, etc.), pero sobre todo verbalmente.</li> <li>- Lo que son capaces de transmitir a sus compañeros de manera verbal, gráfica y escrita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Explicando como han llegado al resultado</li> <li>- Explican el porqué de lo que hacen o de lo que consiguen. Sacan conclusiones que han de explicar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Interactuar y comunicarme mucho con mis alumnos en el aula no solo les pregunto continuamente si entienden los contenidos sino que me los expliquen para verificar que así es</li> </ul>

En la cuarta pregunta (*¿Qué entiendes por desarrollar la competencia comunicativa en la clase de matemáticas?*). Se hacen 7 intervenciones en la categoría “procedimientos – lenguaje”. En la mayoría de las intervenciones los profesores se inclinan en manifestar que para desarrollar la competencia comunicativa se debe verbalizar ya sean procedimientos, explicaciones de conceptos, resolución de problemas. Por tanto, esto nos sugiere que se aprecia un acento marcado en la expresión verbal.

Figura 4. Categorías de respuesta a la pregunta 4: *¿Qué entiendes por desarrollar la competencia comunicativa en la clase de matemáticas?*



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en el cuestionario.

En la categoría de “creencia- lenguaje” se hacen 5 intervenciones en las cuales se manifiesta que los estudiantes deben ser capaces de expresar con palabras y terminología adecuada de las matemáticas, procesos al resolver problemas o ejercicios, conceptos, en la categoría de “creencia-dimensión cognitiva” se dan 3 intervenciones en torno a que los alumnos deben comprender lo que hacen y deben ser capaces de comunicarlo.

En la categoría de “creencia-interacción” se dan 2 intervenciones los profesores hablan del trabajo en grupo resolviendo ejercicios y problemas y que sepan comunicarlas al profesor, y a los compañeros de su grupo de trabajo y a toda la clase.

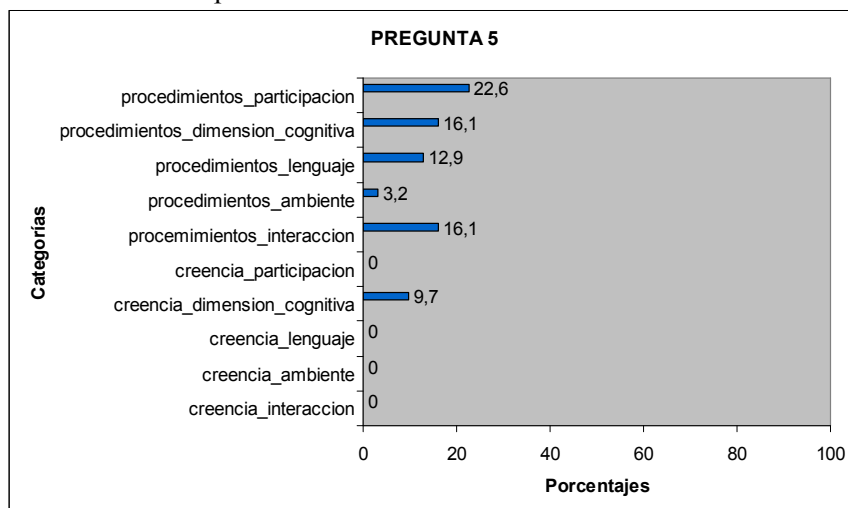
Podemos ver las intervenciones en la tabla 10.

**Tabla 10. Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 4. Ubicadas en cada una de las categorías.**

<b>Procedimientos lenguaje</b>	<b>Creencia lenguaje</b>	<b>Creencia interacción</b>	<b>Creencia dimensión Cognitiva</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aprender a usar y valorar el lenguaje matemático para explicar ideas y argumentos. No como un tópico propio de una clase de mates, sino como necesidad para lograr el suficiente rigor científico.</li> <li>- Creo que consiste en la capacidad de verbalizar.</li> <li>- Saber transmitirlos al profesor y a sus propios compañeros, pero siempre utilizando el lenguaje matemático correcto, tanto a nivel escrito como oral.</li> <li>- Que los alumnos sean capaces de comunicar de forma precisa y clara, sus ideas y sepan interpretar y verbalizar problemas o ejercicios propuestos.</li> <li>- Que sepan verbalizar los conceptos matemáticos, interpretar en voz alta los problemas.</li> <li>- Ser capaz de analizar los datos de que disponen y argumentar sobre los procesos seguidos al resolver una situación.</li> <li>- Expresar las ideas con el vocabulario adecuado. Transmitir correctamente y de manera entendedora las estrategias de resolución que ellos piensan.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El proceso resolutivo de los problemas utilizando como argumento la teoría matemática explicada.</li> <li>- Expresar las ideas o los desarrollos matemáticos de la forma más clara y comprensiva posible.</li> <li>- Capacidad d explicar un problema delante de sus compañeros en la pizarra</li> <li>- Conseguir que los alumnos adquieran la competencia necesaria para transmitir conceptos y datos matemáticos que dominen.</li> <li>- Ser capaces de expresar, con las palabras y términos adecuados, el razonamiento seguido para resolver una situación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Hacer ejercicios o problemas en grupos de 2 alumnos.</li> <li>- Todos comunicar las ideas matemáticas y saber expresarlas entre profesorado y alumnado y entre alumnos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprender las ideas matemáticas y ser capaz de comunicarlas.</li> <li>- Saber explicar el qué, el cómo y el porqué de todos los procesos matemáticos.</li> <li>- Que sepan explicar con coherencia que han hecho.</li> </ul>

En la quinta pregunta (*¿Qué estrategias crees tú que sirven para desarrollar la competencia comunicativa en la clase de matemáticas?*) En esta pregunta se hacen 7 intervenciones en la categoría de “procedimientos – participación” se aprecia que los profesores motivan a los estudiantes a participar realizando preguntas para descubrir aciertos o errores y aprender de esto y hacer las correcciones necesarias que permitan dar rigor a la expresión verbal.

Figura 5. Categorías de respuesta a la pregunta 5: *¿Qué estrategias crees tú que sirven para desarrollar la competencia comunicativa en la clase de matemáticas?*



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en el cuestionario.

En la categoría “ procedimientos dimensión-cognitiva” se dan 5 intervenciones en torno a la importancia dada a la lectura de textos matemáticos, su comprensión y posterior explicación, se insiste en que los estudiantes expliquen a sus compañeros y al profesor lo que hacen, los procedimientos que siguen, además aparecen la explicación de mapas y gráficos. En la categoría “procedimientos-interacción” se dan 5 intervenciones lo más destacado que manifiestan los profesores es preguntarles mucho a los alumnos, que hagan exposición oral de la solución ejercicios o problemas y les recalcan el respecto que deben tener para escuchar al compañero que está hablando. En la categoría “procedimientos lenguaje” se dan 4 intervenciones se hace énfasis en que los alumnos redacten los procedimientos de lo que hacen y que sean capaces también de expresarlo de forma oral a sus compañeros o al profesor. En la categoría “creencia-interacción” se hacen 4 intervenciones y en todas se manifiesta que los estudiantes trabajen en grupos o en parejas y que trabajen conjuntamente.

En la categoría “creencia dimensión-cognitiva” se dan 3 intervenciones donde se manifiesta que a los estudiantes se les debe hacer hablar, deben saber de que van a hablar. En la categoría “creencia-ambiente” se dan 2 intervenciones donde se dice que en el aula debe existir una ambiente de diálogo y que las clases sean participativas. En la categoría “procedimientos ambiente” se da 1 intervención que habla de establecer un ambiente adecuado en la clase. Ver todas las intervenciones en la tabla 11.

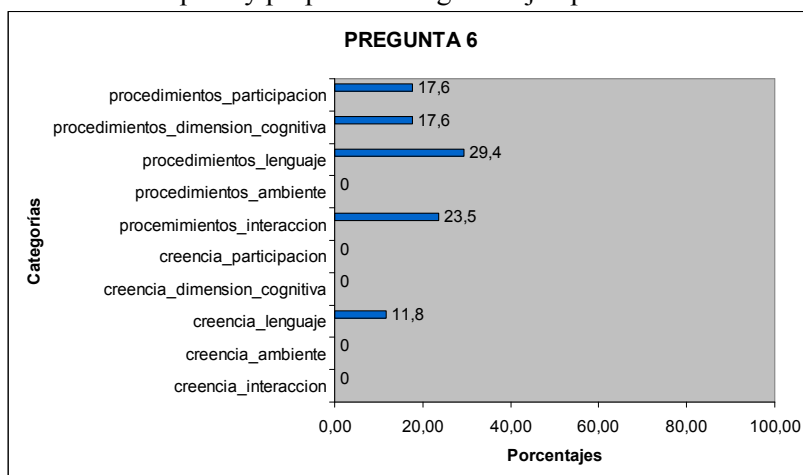
**Tabla 11. Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 5. Ubicadas en cada una de las categorías**

<b>procedimientos participación</b>	<b>procedimientos dimensión cognitiva</b>	<b>Procedimientos interacción</b>	<b>procedimientos lenguaje</b>	<b>Creencia interacción</b>	<b>creencia dimensión cognitiva</b>	<b>Creencia ambiente</b>	<b>procedimientos ambiente</b>
<p>Leer, preguntar, escuchar, criticar las respuestas manifestadas y describir. Más a menudo de lo que parece de entrada les resulta más difícil formular la pregunta cuya respuesta resolverá sus dudas.</p> <p>Motivar a los alumnos para resolver problemas rápidamente.</p> <p>discutir los aciertos y los errores, o bien como Respuesta a las preguntas del profesor.</p>	<p>Preguntar a los alumnos sobre los razonamientos que siguen para resolver un ejercicio. Que los expliquen en el momento en que salen a la pizarra.</p> <p>La intervención de los alumnos viene motivada por explicar, como ha visto la Situación que se comenta.</p>	<p>Resolvemos los problemas de manera interactiva Alumno-profesor.</p> <p>Comentar y aprender de los errores de los compañeros.</p> <p>Preguntar los conceptos matemáticos oralmente.</p> <p>Respetando la opinión de los otros y escuchando atentamente su intervención. Los alumnos entienden y aceptan la situación, Pero a menudo puede ser muy difícil mantener el interés y el respeto hacia los Otros</p>	<p>También cuando exponen un ejercicio en la pizarra deben saber hacerlo de forma correcta. Hay que forzarles a que expongan verbalmente y/o por escrito lo que hacen. También el hecho de tenerlo en cuenta en sus exámenes es importante.</p> <p>Corrigiendo aquello que no sea apropiado.</p> <p>Hacerles redactar el procedimiento o la idea fundamental en un problema o ejercicio.</p>	<p>Trabajar en grupos interactivos.</p> <p>Hacer grupos y que trabajen conjuntamente.</p>	<p>Hacerles hablar en voz alta, para que expresen sus ideas.</p> <p>Explicar el porqué de las cosas que dicen.</p>	<p>Crear un clima de dialogo en el aula.</p> <p>Hacer las clases alegres y participativas</p>	<p>Lo primero es crear un ambiente adecuado. Suficientemente “Cómico” para Intervenir fácilmente,</p>

procedimientos participación	procedimientos dimensión cognitiva	Procedimientos interacción	procedimientos lenguaje	Creencia interacción	creencia dimensión cognitiva	Creencia ambiente	procedimientos ambiente
<p>Permitir que las clases sean muy verbales y dejar que los alumnos hagan sus propias aportaciones, corrigiéndolos cuando sea necesario y haciendo hincapié en el rigor necesario en cada caso.</p> <p>El diálogo constante. Potenciar el que se pregunten el por qué de las cosas.</p> <p>Haciendo participar a todo el grupo.</p> <p>Cada uno de ellos que exponga la resolución públicamente al resto de la clase</p>	<p>A partir de leer textos de carácter matemático en clase o comunicando datos (explicarse un mapa, el gráfico de una función o equivalente).</p> <p>Hacer leer el texto y que luego lo expliquen usando sus palabras.</p> <p>Lectura de un texto matemático y que intente explicarlo</p>	<p>Cuando trabajan en grupo y se ayudan entre ellos deben esforzarse en verbalizar sus razonamientos.</p> <p>Preguntarles mucho.</p> <p>Hacer preguntas para que las conteste el alumno.</p>	<p>La expresión de los razonamientos: orales, escritas,( en grupos, pares, peña también individual...)</p> <p>Después han de ser competentes en la exposición oral</p>		<p>En primer lugar han de saber de que han de hablar</p>		

En la sexta pregunta (*De todas estas estrategias ¿tú cuáles utilizas en tu clase? Explica y proporciona algunos ejemplos.* En esta pregunta se hacen 5 intervenciones en la categoría “procedimientos-lenguaje” las intervenciones se dan en torno a que los estudiantes sepan expresar oralmente o por escrito los resultados de lo que hacen y se les orienta en la precisión del lenguaje matemático utilizado.

Figura 6. Categorías de respuesta a la pregunta 6: De todas estas estrategias ¿tú cuáles utilizas en tu clase? Explica y proporciona algunos ejemplos.



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en el cuestionario.

En la categoría “procedimientos-interacción” se hacen 4 intervenciones en las cuales se insiste en que a los estudiantes se les debe preguntar, que estas preguntas deben ser concretas para ayudar a que los alumnos razonen y sus respuestas sean coherentes. En la categoría “procedimientos-participación” se dan 3 intervenciones en torno a generar debates sobre alguna situación y los estudiantes deben opinar y el profesor sirve de moderador. En la categoría “procedimientos-dimensión cognitiva” se hacen 3 intervenciones donde los profesores piden a sus estudiantes explicar lo que han entendido de algún concepto teórico, que les propongan ejercicios a sus compañeros y que compartan soluciones. En la categoría “creencia-interacción” se dan 3 intervenciones en las cuales los profesores hacen que los alumnos trabajen en grupo y compartan la solución de problemas con los compañeros de su grupo y al resto de la clase incluido el profesor. En la categoría “creencia-lenguaje” se hacen 2 intervenciones se proponen ejercicios a los estudiantes de forma individual y luego deben ser explicados en la pizarra comentado las estrategias seguidas para resolverlos.

Veamos las intervenciones en la tabla 12.

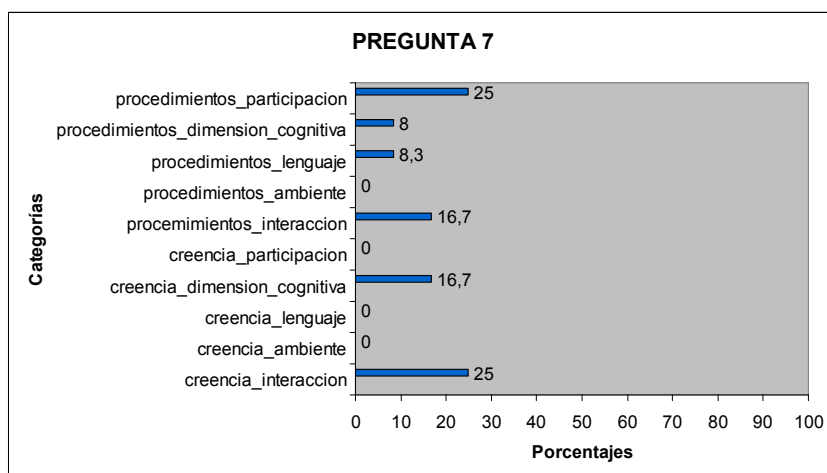
**TABLA 12. Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 6. Ubicadas en cada una de las categorías**

<b>Procedimientos lenguaje</b>	<b>Procedimientos interacción</b>	<b>Procedimientos participación</b>	<b>Procedimientos Dimensión cognitiva</b>	<b>Creencia interacción</b>	<b>Creencia lenguaje</b>
<p>Priorizar la expresión oral como instrumento de evaluación.</p> <p>Las pruebas escritas varían en función también de cómo han “explicado” el ejercicio.</p> <p>Insisto en que la respuesta sea lo máximo clara posible.</p> <p>Pido que alguien lea una definición en el libro de texto. Y cuando ha terminado, pregunto: ¿alguien lo ha entendido? si hay muchas respuestas negativas (Ocurre a menudo) tenemos un problema de comunicación que hay que resolver.</p> <p>Aproximar sus expresiones al lenguaje matemático</p>	<p>Simplemente intento que las preguntas y respuestas sean verbalmente coherentes.</p> <p>Cuando hago preguntas les obligo que las expliquen correctamente.</p> <p>Preguntar e intentar que razonen.</p> <p>Preguntas concretas o Cortas.</p>	<p>Se tienen que esforzar en expresar bien Tanto las dudas como las respuestas.</p> <p>Discutimos las opciones alternativas que los alumnos hayan podido pensar.</p> <p>Se genera un debate en el que yo procuro hacer de moderador de sus manifestaciones</p>	<p>Que el alumno intente explicar cómo ha entendido un nuevo concepto introducido en la clase teórica.</p> <p>Cada alumno tiene que escribir ejercicios que tienen que hacer sus compañeros.</p> <p>Dar tiempo a los alumnos para que comenten sus soluciones con sus compañeros o que expliquen su resolución desde la pizarra o su sitio.</p>	<p>Que un alumno del grupo explique razonadamente la estrategia que han seguido en la solución.</p> <p>Los alumnos comentan sus estrategias con el compañero y conmigo.</p> <p>Les hago trabajar en grupo diciéndoles que en la siguiente clase, un alumno escogido al azar de cada grupo explicará el problema delante de toda la clase</p>	<p>Cada alumno tiene que explicar ejercicios hechos por ellos y sus alumnos.</p> <p>Ejercicios para hacer de forma individual y desarrollar en la pizarra el día siguiente,</p> <p>comentando con los compañeros las estrategias seguidas</p>



En la séptima pregunta. *(Pon un ejemplo de una actividad que consideres adecuada para desarrollar la competencia comunicativa en clase de matemáticas y otro ejemplo en que no)*. En esta pregunta se hacen 3 intervenciones en la categoría de “procedimientos-participación” los profesores proponen a los estudiantes que hagan exposiciones de una forma clara que permitan que los demás compañeros lo entiendan.

Figura 7. Categorías de respuesta a la pregunta 7: Pon un ejemplo de una actividad que consideres adecuada para desarrollar la competencia comunicativa en clase de matemáticas y otro ejemplo en que no.



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en el cuestionario.

En la categoría de “creencia-interacción” se dan 3 intervenciones en torno a que los alumnos trabajen en grupo para que discutan problemas y ejercicios y que esto desarrolla la competencia de comunicación. En la categoría procedimientos-interacción se dan 2 intervenciones en torno a que se debe preguntar a los alumnos como han hecho algo y con el fin de aclararles dudas. En la categoría “creencias- dimensión cognitiva” se hacen 2 intervenciones relacionadas con leer algo y explicar lo que han entendido, también explicar el resultado al que han llegado y que conceptos matemáticos han utilizado. En la categoría “procedimientos- dimensión cognitiva” se da 1 intervención donde se comenta que varios alumnos salen a la pizarra a resolver un mismo ejercicio y plantean diferentes formas de resolverlo.

En la categoría “procedimientos-lenguaje” se da una intervención en torno a la exposición oral.

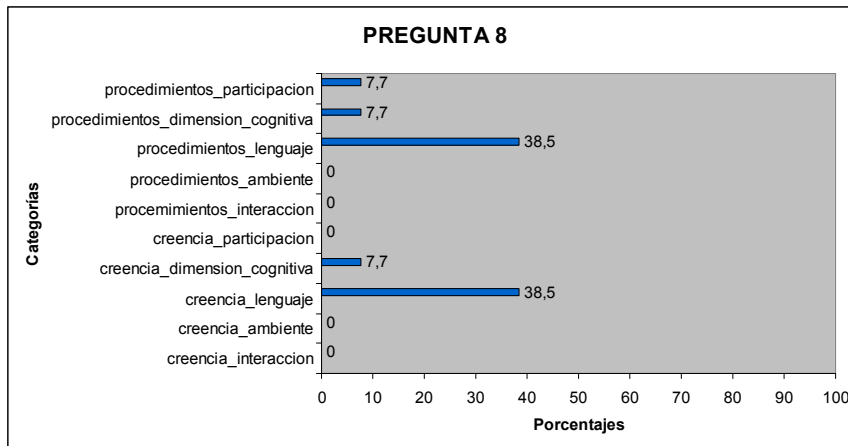
Veamos las intervenciones en la tabla 13.

**TABLA 13. Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 7. Ubicadas en cada una de las categorías**

Procedimientos participación	Creencia interacción	Procedimientos interacción	Creencia Dimensión cognitiva	Procedimientos Dimensión Cognitiva	Procedimientos lenguaje
<p>Diferentes personas del grupo A expondrán como y por qué han resuelto su parte y los del B han de entenderlo.</p> <p>Hacer una pequeña exposición.</p> <p>Un debate sobre las alternativas diferenciadas que llevan a la resolución correcta de un determinado ejercicio (siempre que existan caminos válidos distintos y esa posibilidad)</p>	<p>Trabajar en grupo desarrolla la competencia comunicativa.</p> <p>Poner en grupo a los alumnos y que discutan problemas y ejercicios.</p>	<p>Preguntar lo que no vean claro y recogerlo. Y a la inversa, de tal manera que todas las personas de la clase tenga resueltos todos los ejercicios.</p> <p>Preguntar cómo se ha hecho algo, un problema, un cálculo, un gráfico.</p>	<p>Leer alguna bibliografía e intentar explicar lo que ha entendido.</p> <p>Expliquen el resultado al que han llegado y el proceso que han seguido, detallando que conocimientos matemáticos han usado.</p>	<p>Resuelven un mismo problema en la pizarra y comentan el proceso que cada uno ha seguido</p>	<p>Exposición oral sobre cualquier aspecto</p>

En la octava pregunta (¿Cómo haces o qué estrategias utilizas para promover el desarrollo de la competencia comunicativa entre tus estudiantes, en el caso de la suma de fracciones?). En la categoría “procedimientos- lenguaje” se dan 5 intervenciones en las cuales los profesores dicen que los alumnos verbalizan los pasos seguidos al resolver un ejercicio de suma de fracciones y que si tienen equivocaciones se les corrigen y deben expresarse correctamente.

Figura 8. Categorías de respuesta a la pregunta 8: ¿Cómo haces o qué estrategias utilizas para promover el desarrollo de la competencia comunicativa entre tus estudiantes, en el caso de la suma de fracciones?



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en el cuestionario.

En la categoría de “creencia-lenguaje” se hacen 5 intervenciones todas en torno a que expliquen el ¿por qué? de sus respuestas, esto lo hacen en voz alta al resto de la clase. En la categoría “procedimientos- participación” se da 1 intervención en torno a que los alumnos compartan ideas entre ellos. En la categoría “procedimientos dimensión-cognitiva” se da 1 intervención dónde se dice que el profesor explica todo el proceso seguido en la suma de fracciones. En la categoría “creencia-dimensión cognitiva” se da una intervención donde se expresa que el estudiante debe entender algo y debe saberlo explicar.

Veamos las intervenciones en la tabla 14.

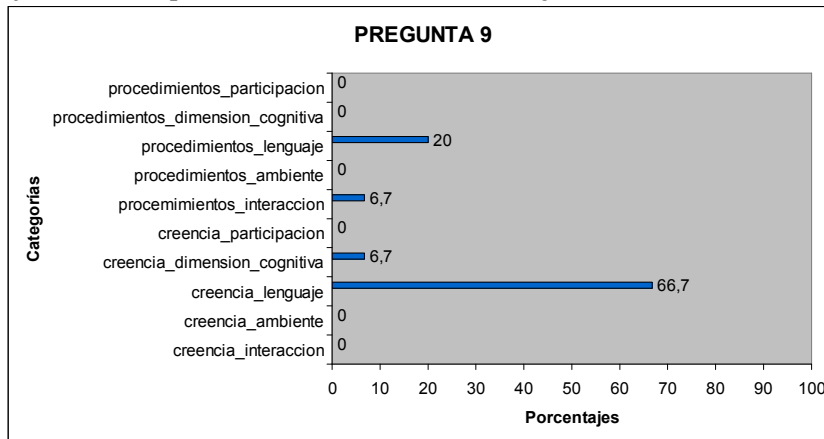
**TABLA 14. Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 8. Ubicadas en cada una de las categorías.**

<b>procedimientos lenguaje</b>	<b>Creencia lenguaje</b>	<b>procedimientos participación</b>	<b>procedimientos dimensión cognitiva</b>	<b>Creencia Dimensión Cognitiva</b>
<p>Saber leer lo que está escrito, utilizando las palabras concretas, sabiendo que quiere significar y por qué cada una de ellas.</p> <p>Un alumno voluntario ir verbalizando el proceso y se le corrige si es necesario.</p> <p>Redactar un enunciado inventando por ellos de un problema que se resuelva con la suma de fracciones.</p> <p>Que se expresen correctamente...</p> <p>En la pizarra sale un alumno a hacerlo y repasa oralmente todos los pasos necesarios.</p>	<p>Que expliquen los pasos en voz alta.</p> <p>Explicar el porqué de cualquier respuesta.</p> <p>Que entre ellos se lo expliquen y que reflexionen sobre los conocimientos previos que tienen.</p> <p>Salir a la pizarra a explicar algún ejercicio que han hecho.</p> <p>El alumno que corrige debe explicar a sus compañeros aquellos detalles que no entienden</p>	<p>Los alumnos tendrían que comentar entre ellos las diferentes ideas y metodologías.</p>	<p>Se explica todo el proceso.</p>	<p>Se tiene que entender y saberlo explicar.</p>

En la pregunta nueve (*En tus clases de matemáticas ¿Propones a tus estudiantes en las cuales puedan expresar oralmente o por escrito lo que han hecho para resolver un ejercicio o un problema? En caso afirmativo ¿cómo lo haces?*).

En la categoría “creencia- lenguaje” se dan 10 intervenciones la mayoría de estas intervenciones tienen que ver con que los estudiantes salgan a la pizarra a exponer oralmente los procesos seguidos en la solución de problemas o ejercicios.

Figura 9. Categorías de respuestas a la pregunta: En tus clases de matemáticas ¿Propones a tus estudiantes en las cuales puedan expresar oralmente o por escrito lo que han hecho para resolver un ejercicio o un problema? En caso afirmativo ¿cómo lo haces?



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos obtenidos en el cuestionario.

En la categoría de “procedimientos-lenguaje” se dan 3 intervenciones en torno a que los estudiantes deben explicar, argumentar por escrito los pasos de un problema y de una forma bien redactada. “En la categoría de “procedimientos-interacción” se da 1 una intervención en torno a que los estudiantes se expliquen entre ellos las estrategias utilizadas para resolver problemas.

En la categoría “creencia dimensión-cognitiva” se da 1 intervención en la cuál se dice que los estudiantes expliquen oralmente el cómo y el por qué hacen algo. Veamos las intervenciones en la tabla 15.

**TABLA 15. Intervenciones de los 24 profesores en la pregunta 9. Ubicadas en cada una de las categorías.**

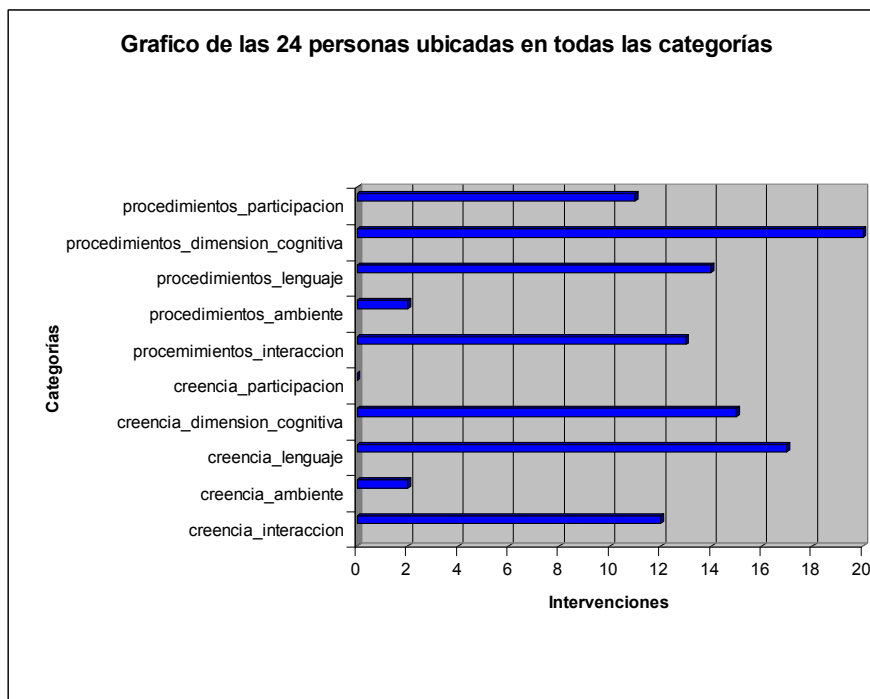
<b>Creencia lenguaje</b>	<b>Procedimientos lenguaje</b>	<b>Procedimientos interacción</b>	<b>creencia dimensión cognitiva</b>
<p>Que expliquen en público que han hecho mal y por qué?</p> <p>Exponer oralmente la resolución.</p> <p>Siempre hay que explicar la estrategia seguida para llegar a la solución.</p> <p>Si salen a la pizarra, les pido que expliquen al resto del grupo lo que están haciendo.</p> <p>Siempre tienen que explicar lo que han hecho y dar los resultados.</p> <p>Cuando salen a la pizarra en la puesta en común y corrección de ejercicios, tienen que explicar el proceso que han seguido.</p> <p>Salir a la pizarra a exponerlo delante de toda la clase.</p> <p>Cuando salen a la pizarra, ellos explican como han resuelto el problema.</p> <p>Siempre procuro que cuando se corrijan los ejercicios o problemas en la pizarra los alumnos lo expliquen oralmente.</p> <p>El procedimiento tiene que estar explicado, al menos en sus trazos mínimos.</p>	<p>Explicar, argumentar, por escrito el porqué de muchas de sus respuestas.</p> <p>Por escrito de vez en cuando les hago que hagan trabajos en pareja sobre algún tema en concreto.</p> <p>De forma escrita, insisto continuamente en que deben explicar los pasos de un problema (dar siempre la respuesta de forma correcta) bien redactada. También cuando me preguntan o me exponen sus razonamientos, les corrijo continuamente para que lo hagan con las palabras adecuadas.</p>	<p>Muchas veces los alumnos no tienen una forma concreta para resolver un problema y deben explicarse unos a otros la forma en que lo resolverían.</p>	<p>Oralmente, que expliquen cómo y por qué lo hacen.</p>

## 5.2 Análisis de los resultados de acuerdo a las categorías de análisis establecidas.

En esta parte agrupamos las respuestas dadas por los profesores de acuerdo a las diferentes categorías que establecimos desde la teoría.

Básicamente el análisis se hará en torno a las respuestas dadas por los profesores que puedan contribuir a dar respuesta a nuestras preguntas de investigación y a la pregunta número 1 del cuestionario acerca del funcionamiento de las clases.

En este apartado se utilizará frecuentemente la expresión “competencia de comunicación en matemáticas” para abreviar la escritura de esta frase utilizaremos: c.c.m.



Los resultados obtenidos se presentaran en tablas para cada una de las categorías de análisis.

### Procedimientos Dimensión Cognitiva

Funcionamiento de las clases	¿Qué entienden por desarrollar la c.c.m?	Estrategias didácticas que utilizan para potenciar la c.c.m
<p>Explico la parte teórica.</p> <p>Hago la explicación teórica con su “ayuda”.</p> <p>Explicamos materia nueva.</p> <p>Explicación de algún concepto o procedimiento nuevo.</p> <p>Explico, a partir de ejemplos.</p> <p>Parte explicativa, al iniciar el concepto a trabajar.</p>		<p>Preguntar a los alumnos sobre los razonamientos que siguen para resolver un ejercicio. Que los expliquen en el momento en que salen a la pizarra.</p> <p>La intervención de los alumnos viene motivada por explicar, como ha visto la situación que se comenta.</p> <p>Que el alumno intente explicar cómo ha entendido un nuevo concepto introducido en la clase teórica.</p> <p>Cada alumno tiene que escribir ejercicios que tienen que hacer sus compañeros.</p> <p>Dar tiempo a los alumnos para que comenten sus soluciones</p>

<p>Voy explicando los temas y vamos haciendo cada día problemas sobre lo que se ha explicado.</p> <p>Se hace la teoría adecuada.</p> <p>Se explica el tema y problemas.</p> <p>Hago los conocimientos teóricos imprescindibles.</p> <p>Explicamos un apartado nuevo del tema que nos ocupa.</p> <p>Planteo una actividad para introducir novedades (desarrollo de contenidos).</p> <p>Explico la teoría que toca aquel día.</p>		<p>con sus compañeros o que expliquen su resolución desde la pizarra o su sitio.</p> <p>Resuelven un mismo problema en la pizarra y comentan el proceso que cada uno ha seguido</p>
---	--	---

En esta categoría los profesores en torno a lo que hacen en sus clases se observa que prevalecen prácticas de la enseñanza tradicional donde se explica algún concepto o contenido haciendo la parte teórica y partiendo de ejemplos y posteriormente se propone a los estudiantes ejercicios o problemas. Solamente unos pocos profesores le dan importancia a evaluar la competencia de comunicación. Algunos les piden a los estudiantes explicar el por qué de lo que hacen, les hacen sustentar los resultados obtenidos. Textualmente dicen: “explicando como han llegado al resultado, explican el por qué de lo que hacen o de lo que consiguen, sacan conclusiones que han de explicar”.

La estrategia más mencionada por los docentes es la de sacar a los alumnos a la pizarra para que expliquen la solución de un problema o ejercicio, esta práctica está bien ya que el docente al hacerle preguntas al estudiante que expone puede aclararle a él y al resto de la clase posibles dudas o reafirmar la adquisición de conocimientos.

### Creencia lenguaje

Funcionamiento de las clases	¿Qué entienden por desarrollar la c.c.m?	Estrategias didácticas que utilizan para potenciar la c.c.m
<p>Intento que piensen, verbalicen y acaben de deducir ellos solos, pero no lo consigo.</p> <p>Los alumnos salen a la pizarra y explican como los han resuelto.</p> <p>Luego se hace una puesta en común donde unos y otros explican como han llegado a resolver las actividades en cuestión llegando entre todos determinar la regla o fórmula que las rige.</p>	<p>El proceso resolutivo de los problemas utilizando como argumento la teoría matemática explicada.</p> <p>Expresar las ideas o los desarrollos matemáticos de la forma más clara y comprensiva posible.</p> <p>Capacidad d explicar un problema delante de sus compañeros en la pizarra</p> <p>Conseguir que los alumnos adquieran la competencia necesaria para transmitir conceptos y datos matemáticos</p>	<p>Cada alumno tiene que explicar ejercicios hechos por ellos y sus alumnos.</p> <p>Ejercicios para hacer de forma individual y desarrollar en la pizarra el día siguiente, comentando con los compañeros las estrategias seguidas</p>



	que dominen.  Ser capaces de expresar, con las palabras y términos adecuados, el razonamiento seguido para resolver una situación.	
--	--	--

Teniendo en cuenta estos planteamientos en torno a esta categoría podemos decir que para los profesores el desarrollar la competencia de comunicación tiene que ver fundamentalmente con las expresiones orales que hacen los estudiantes en torno a la explicación de conceptos, problemas o ejercicios frente a sus compañeros o el profesor teniendo siempre en cuenta el utilizar las expresiones o lenguaje matemático adecuado.

En esta categoría se hacen pocos planteamientos en torno a las estrategias que puedan desarrollar la c.c.m. Algunos profesores plantean que los alumnos se expliquen ejercicios entre ellos, proponen a sus estudiantes ejercicios para realizar en casa de forma individual y que al día siguiente salgan a la pizarra a resolverlos comentando con los compañeros las estrategias seguidas.

### Creencias dimensión cognitiva

Funcionamiento de Las clases	Qué entienden por Desarrollar la c.c.m?	Estrategias didácticas que utilizan para potenciar la c.c.m
No hay intervenciones que puedan ubicarse en esta categoría	Comprender las ideas matemáticas y ser capaz de comunicarlas.  Saber explicar el qué, el cómo y el porqué de todos los procesos matemáticos.  Que sepan explicar con coherencia que han hecho	Hacerles hablar en voz alta, para que expresen sus ideas.  Explicar el porqué de las cosas que dicen.  Leer alguna bibliografía e intentar explicar lo que ha entendido.  Expliquen el resultado al que han llegado y el proceso que han seguido, detallando que conocimientos matemáticos han usado.

En esta categoría los profesores entienden por desarrollar la c.c.m el que los estudiantes adquieran ciertos conocimientos y estén en capacidad de dar cuenta de lo que han aprendido, es decir en el momento que el alumno puede comunicar algo se asume que lo ha aprendido. Le dan mucha importancia a la comprensión y a la reflexión.

En cuanto a las estrategias, la más utilizada es hacer que los estudiantes den explicaciones amplias y coherentes de lo que han aprendido; esto lo deben hacer siempre utilizando el lenguaje matemático adecuado.

## Procedimientos lenguaje

Funcionamiento de Las clases	Qué entienden por Desarrollar la c.c.m?	Estrategias didácticas que utilizan para potenciar la c.c.m
<p>En esta pregunta no Se dan intervenciones En torno a esta categoría</p>	<p>Aprender a usar y valorar el lenguaje matemático para explicar ideas y argumentos. No como un tópico propio de una clase de mates, sino como necesidad para lograr el suficiente rigor científico.</p> <p>Creo que consiste en la capacidad de verbalizar.</p> <p>Saber transmitirlos al profesor y a sus propios compañeros, pero siempre utilizando el lenguaje matemático correcto, tanto a nivel escrito como oral.</p> <p>Que los alumnos sean capaces de comunicar de forma precisa y clara, sus ideas y sepan interpretar y verbalizar problemas o ejercicios propuestos.</p> <p>Que sepan verbalizar los conceptos matemáticos, interpretar en voz alta los problemas.</p> <p>Ser capaz de analizar los datos de que disponen y argumentar sobre los procesos seguidos al resolver una situación.</p> <p>Expresar las ideas con el vocabulario adecuado. Transmitir correctamente y de manera entendedora las estrategias de resolución que ellos piensan.</p>	<p>También cuando exponen un ejercicio en la pizarra deben saber hacerlo de forma correcta. Hay que forzarles a que expongan verbalmente y/o por escrito lo que hacen. También el hecho de tenerlo en cuenta en sus exámenes es importante.</p> <p>Corrigiendo aquello que no sea apropiado. Hacerles redactar el procedimiento o la idea fundamental en un problema o ejercicio.</p> <p>Priorizar la expresión oral como instrumento de evaluación.</p> <p>Las pruebas escritas varían en función también de cómo han “explicado” el ejercicio.</p> <p>Insisto en que la respuesta sea lo máximo clara posible.</p> <p>Pido que alguien lea una definición en el libro de texto. Y cuando ha terminado, pregunto: ¿alguien lo ha entendido? si hay muchas respuestas negativas (Ocurre a menudo) tenemos un problema de comunicación que hay que resolver.</p> <p>Aproximar sus expresiones al lenguaje matemático.</p> <p>Exposición oral sobre cualquier aspecto</p>

De acuerdo a lo planteado por los profesores en esta categoría los profesores piensan que lo que puede contribuir a desarrollar la c.c.m básicamente tiene que ver con las expresiones orales por parte de los alumnos en la explicación de los procesos seguidos al resolver un problema, o los pasos seguidos en la solución de un ejercicio, siempre teniendo en cuenta la utilización del lenguaje matemático adecuado, es entonces la tarea del profesor el guiar y orientar el uso de la terminología adecuada que permita ir formando en los estudiantes el rigor matemático, pero un rigor construido paulatinamente a la par con su proceso de aprendizaje de conceptos o procedimientos.

En cuanto a las estrategias que pueden servir para desarrollar la c.c.m. plantean las siguientes:

La expresión oral y escrita de los razonamientos, saber redactar el procedimiento o la idea fundamental en un problema o ejercicio, exposiciones verbales o escritas, algunos profesores utilizan la expresión oral como estrategia de evaluación.

Al hacerles preguntas a los estudiantes los profesores insisten en que las respuestas sean lo más claras posibles, hacer ejercicios de lectura de definiciones del libro de texto y realizar

preguntas de lo leído para verificar si se ha entendido. El profesor ayuda a aproximar las expresiones de los estudiantes al lenguaje matemático.

### Procedimientos interacción

Funcionamiento de Las clases	¿Qué entienden por Desarrollar la c.c.m?	Estrategias didácticas que utilizan para potenciar la c.c.m
<p>Se explica con frecuentes preguntas a los alumnos.</p> <p>Soy yo la protagonista poco a poco los alumnos van tomando la clase con sus intervenciones en la pizarra. De vez en cuando hago que trabajen en grupo, normalmente hago grupos homogéneamente heterogéneos.</p> <p>Resolución de dudas.</p> <p>Preguntas a los Alumnos.</p> <p>En clase intentamos poner en común la solución de lo que hemos propuesto y Discutimos las diferentes alternativas.</p> <p>Que puede llevarse a cabo individualmente, por parejas o en grupo.</p>	<p>No se dan respuestas que puedan ubicarse en esta categoría</p>	<p>Resolvemos los problemas de manera interactiva Alumno-profesor.</p> <p>Comentar y aprender de los errores de los compañeros.</p> <p>Preguntar los conceptos matemáticos oralmente.</p> <p>Respetando la opinión de los otros y escuchando Atentamente su intervención. Los alumnos entienden y aceptan la situación, Pero a menudo puede ser muy difícil mantener el interés y el respeto hacia los Otros</p> <p>Simplemente intento que las preguntas y respuestas sean verbalmente coherentes.</p> <p>Cuando hago preguntas les obligo que las expliquen correctamente.</p> <p>Preguntar e intentar que razonen.</p> <p>Preguntas concretas o Cortas.</p> <p>Preguntar lo que no vean claro y recogerlo. Y a la inversa, de tal manera que todas las personas de la clase tenga resueltos todos los ejercicios.</p> <p>Preguntar cómo se ha hecho algo, un problema, un cálculo, un gráfico</p>

En esta categoría los profesores hacen algunos aportes en torno al funcionamiento de sus clases, manifiestan que hacen las explicaciones con frecuentes preguntas a los alumnos y revisan que sus respuestas sean correctas, si existen dudas estas son resueltas por el profesor, se promueve el trabajo en grupo, cuando se proponen ejercicios para resolver de forma individual o en grupo se ponen en común las soluciones y se discuten diferentes alternativas.

En esta categoría los profesores no hicieron intervenciones en torno a lo que entienden por desarrollar la c.c.m. esto llama la atención ya que la interacción es uno de los principales elementos a tener presente en el desarrollo de la c.c.m.

En torno a las estrategias que los profesores piensan que pueden servir para desarrollar la c.c.m. encontramos las siguientes:

Hacerles preguntas a los alumnos intentando que razonen de forma adecuada sus respuestas, si se presentan dudas se hacen las aclaraciones necesarias, en el trabajo en grupo se “vigila que se ayuden entre ellos verbalizando sus razonamientos, se controla que sean respetuosos con las opiniones o intervenciones del que este hablando, que los escuchen con atención, aunque en ocasiones es difícil para algunos estudiantes mantener el interés y el respeto hacia los otros. En este sentido se percibe que esta situación se debe a que se brinda pocos momentos en las clases para este tipo de actividades y los estudiantes no se adaptan a estas situaciones poco frecuentes donde el profesor no es el directo protagonista de la actividad sino que actúa como orientador.

Al hacer este tipo de actividades en el aula de clases se da cabida a los errores como elementos que pueden contribuir al aprendizaje, ya que si se tiene en cuenta los errores como punto de partida para realizar nuevas explicaciones el conocimiento adquirido puede ser más perdurable.

Una de las estrategias utilizadas frecuentemente por los profesores es el preguntar por conceptos matemáticos, los estudiantes deben responder oralmente de forma coherente, además debe preguntársele a los estudiantes sobre cómo hacen algo, puede ser un problema, un cálculo, una gráfica.

### Creencia interacción

Funcionamiento de Las clases	¿Qué entienden por Desarrollar la c.c.m?	Estrategias didácticas que utilizan para potenciar la c.c.m
<p>Planteo trabajar en grupos, lo más heterogéneos posibles, diferentes ejercicios que les lleven a desarrollar el tema y a preguntarse procesos, plantearse problemas... que entre las personas de esos grupos interactivos puedan resolver en la interacción de los miembros que los forman. Mi papel en estos momentos consiste en encauzar dudas que los grupos plantean.</p> <p>Práctica intensiva, siempre acompañada de diálogo interactivo entre alumnos y el profesor como moderador a veces y como participante en otras.</p> <p>Introduzco el tema a tratar con algún problema sencillo, dejo que los alumnos lo piensen y lo comenten y introduzco los conceptos y herramientas matemáticas necesarias para resolverlo. A partir de este momento, utilizo ejercicios y problemas para profundizar hasta que el alumno obtiene la solvencia suficiente para resolver un problema por él mismo.</p>	<p>Hacer ejercicios o problemas en grupos de 2 alumnos.</p> <p>Todos comunicar las ideas matemáticas y saber expresarlas entre profesorado y alumnado y entre alumnos</p>	<p>Trabajar en grupos interactivos.</p> <p>Hacer grupos y que trabajen conjuntamente.</p> <p>Que un alumno del grupo explique razonadamente la estrategia que han seguido en la solución.</p> <p>Los alumnos comentan sus estrategias con el compañero y conmigo.</p> <p>Les hago trabajar en grupo diciéndoles que en la siguiente clase, un alumno escogido al azar de cada grupo explicará el problema delante de toda la clase.</p> <p>Trabajar en grupo desarrolla la competencia comunicativa.</p> <p>Poner en grupo a los alumnos y que discutan problemas y ejercicios.</p>

En esta categoría los profesores hacen algunas intervenciones en torno al funcionamiento de sus clases, la práctica más mencionada por los profesores es el trabajo en grupos en los cuales los alumnos resuelven ejercicios y/o problemas donde interactúan entre ellos y comparten las

soluciones obtenidas, estas prácticas siempre deben ir acompañadas de diálogo permanente entre los alumnos y entre estos y el profesor actuando este último como moderador siempre vigilante de aquellos estudiantes que presentan más dificultades. Otra práctica utilizada es el sacar a los estudiantes a la pizarra a que expliquen algo y se aprovecha esto para que los demás estudiantes intervengan y se les aclaran dudas.

En torno a lo que entienden por desarrollar la c.c.m. dicen que:

Los estudiantes deben comunicar las ideas matemáticas y saber expresarlas entre profesorado y alumnado y entre alumnos.

En torno a las estrategias que utilizan para desarrollar la c.c.m. se ve una marcada inclinación por manifestar que “el trabajo en grupo desarrolla la competencia comunicativa”. En este trabajo en grupo los alumnos discuten problemas y ejercicios interactuando entre ellos, compartiendo estrategias de solución.

### Procedimientos-participación

Funcionamiento de Las clases	¿Qué entienden por Desarrollar la c.c.m.?	Estrategias didácticas que utilizan para potenciar la c.c.m
No hay respuestas que Puedan ubicarse En esta categoría	No hay respuestas que Puedan ubicarse En esta categoría	<p>Leer, preguntar, escuchar, criticar las respuestas manifestadas y describir. Más a menudo de lo que parece de entrada les resulta más difícil formular la pregunta cuya respuesta resolverá sus dudas.</p> <p>Motivar a los alumnos para resolver problemas rápidamente.</p> <p>Discutir los aciertos y los errores, o bien como Respuesta a las preguntas del profesor.</p> <p>Permitir que las clases sean muy verbales y dejar que los alumnos hagan sus propias aportaciones, corrigiéndolos cuando sea necesario y haciendo hincapié en el rigor necesario en cada caso.</p> <p>El diálogo constante. Potenciar el que se pregunten el por qué de las cosas.</p> <p>Haciendo participar a todo el grupo.</p> <p>Cada uno de ellos que exponga la resolución públicamente al resto de la clase.</p> <p>Se tienen que esforzar en expresar bien Tanto las dudas como las respuestas.</p> <p>Discutimos las opciones alternativas que los alumnos hayan podido pensar.</p> <p>Se genera un debate en el que yo procuro hacer de moderador de sus manifestaciones.</p> <p>Diferentes personas del grupo A expondrán como y por qué han resuelto su parte y los del B han de entenderlo.</p> <p>Hacer una pequeña exposición.</p>

		Un debate sobre las alternativas diferenciadas que llevan a la resolución correcta de un determinado ejercicio (siempre que existan caminos válidos distintos y esa posibilidad)
--	--	--

En cuánto a las estrategias seguidas por los profesores para desarrollar la competencia de comunicación están:

Hacer que los estudiantes en sus intervenciones orales se esfuercen en expresarse bien tanto cuando hacen preguntas como cuando dan sus respuestas. Se debe fomentar la participación en clase haciendo que en lo posible todos los estudiantes participen y haciéndoles aclaraciones Cuando sea necesario, se deben generar debates en los que el profesor hace de moderador en las manifestaciones de sus estudiantes y discutir los aciertos y los errores.

Fomentar el diálogo constante; hacer que los estudiantes se inquieten preguntándose el por que de las cosas, generar discusiones sobre diferentes alternativas de solución de un problema o ejercicio.

Se debe hacer entender a los estudiantes que las matemáticas exigen rigor y precisión.

### Procedimientos-ambiente

Funcionamiento de Las clases	¿Qué entienden por desarrollar la c.c.m?	Estrategias didácticas que utilizan para potenciar la c.c.m
“Una vez lograda la calma necesaria para trabajar”.	No hay respuestas Que puedan ubicarse en esta categoría	Lo primero es crear un ambiente adecuado. Suficientemente “Cómodo” para intervenir fácilmente.

En esta categoría los profesores en cuanto a las estrategias utilizadas manifiestan que lo primero que debe hacerse antes de iniciar la clase es crear un ambiente adecuado que sea “cómodo” para trabajar.

### Creencia-ambiente

Funcionamiento de Las clases	¿Qué entienden por desarrollar la c.c.m?	Estrategias didácticas que utilizan para potenciar la c.c.m
No hay respuestas en Torno a esta categoría	No hay respuestas que puedan ubicarse En esta categoría.	Crear un clima de dialogo en el aula. Hacer las clases alegres y participativas

Las estrategias que utilizan los profesores en esta categoría consisten en hacer las clases alegres y participativas y crear un clima de diálogo en el aula.

### Creencia participación

En esta categoría no se dan intervenciones.

## 6. CONCLUSIONES

La intencionalidad de esta investigación era encontrar pistas, orientaciones y pautas que nos permitieran conocer cuál es el papel del profesor en el desarrollo de la competencia de comunicación en matemáticas. Al analizar los datos obtenidos encontramos que nos permiten responder a nuestras preguntas de investigación y objetivos porque los profesores participantes en la investigación fueron muy amplios en las respuestas dadas en el cuestionario, se mostraron abiertos a explicar el funcionamiento de sus clases.

Las conclusiones de este trabajo se establecen teniendo en cuenta el marco teórico de referencia, así como por el enfoque metodológico de la investigación incluido el análisis de las respuestas dadas por los profesores en los cuestionarios aplicados.

Teniendo en cuenta los objetivos planteados y las preguntas de investigación presentaremos las conclusiones en varios apartados. Las primeras conclusiones tienen que ver con la primera pregunta de investigación; posteriormente las que tienen que ver con la segunda pregunta de investigación y por último con nuestros objetivos.

### 6.1 Con respecto a la primera pregunta de investigación.

Respecto a nuestra primera pregunta de investigación, sobre cómo definen los profesores de matemáticas de secundaria lo que es la competencia de comunicación en matemáticas, hemos visto que los profesores la definen haciendo un marcado énfasis en la expresión verbal. Reiteradamente hablan de “capacidad de verbalizar” dicen que los alumnos deben saber comunicar de forma precisa y clara sus ideas verbalizando la solución de problemas, explicando procedimientos de ejercicios, siempre utilizando un lenguaje adecuado que sea entendible por los otros (sus compañeros y el profesor) que deben saber utilizar el lenguaje matemático correcto tanto a nivel escrito como oral.

A pesar de que al definir la competencia de comunicación en matemáticas mencionan algo del lenguaje escrito no se aprecia que le den mucha importancia, o que promuevan la expresión escrita de los alumnos. Como mencionábamos en nuestro marco teórico en relación con el fortalecimiento de las cuatro habilidades básicas del lenguaje, leer, escribir, hablar, escuchar, debemos tener en cuenta que estas habilidades no se fortalecen por separado sino que deben trabajarse conjuntamente.

Acerca de escribir en matemáticas en el NCTM, se hace el siguiente planteamiento: Para ayudar a los alumnos a reflexionar sobre su aprendizaje, los profesores pueden pedirles que escriban comentarios sobre lo que han aprendido en una lección o serie de lecciones y sobre lo que no les quedó claro. (NCTM,2000, p.276)

Encontramos en sus definiciones expresiones como: “que sepan verbalizar los conceptos matemáticos, interpretar en voz alta los problemas, capacidad de explicar un problema delante de sus compañeros en la pizarra, que sean capaces de expresar con palabras y términos adecuados el razonamiento seguido para resolver una situación”.

Tal como se menciona en el proyecto PISA 2003 sobre comunicación “Esto comporta saber expresarse de diferentes maneras, tanto oralmente como por escrito, sobre temas de contenido matemático y entender las afirmaciones orales y escritas de terceras personas sobre dichos temas”(p. 41).

Las ideas que expresan los profesores sobre la competencia de comunicación están acordes con la definición de comunicación que se da en PISA salvo lo que se mencionaba anteriormente sobre la poca importancia que se le da a la expresión escrita.

Otros aspectos que mencionan en las definiciones de la competencia de comunicación tienen que ver con el papel que juega la interacción en la comunicación, es decir como ese expresarse de diferentes maneras entre compañeros, o entre alumnos y profesor contribuye a mejorar el aprendizaje en la comunidad de la clase, pues allí unos aprenden de otros, aprenden de sus errores o pueden llegar a consolidar sus pensamientos.

Los profesores mencionan algunas cuestiones que deben hacer los alumnos: “ Que sepan preguntar y contestar con sentido común, que deben comunicar las ideas matemáticas y saber expresarlas entre profesorado y alumnado y entre alumnos”.

Estas características han sido señaladas en el (NCTM,2000) así: “Los estudiantes ganan perspicacia en su pensamiento cuando presentan sus métodos para resolver problemas, justifican su razonamiento a un compañero o al profesor o cuando hacen preguntas sobre algo que es extraño para ellos” (p.64).

Otro punto importante mencionado por los profesores al definir la competencia de comunicación tiene que ver con la comprensión; es decir cuando se puede comunicar algo es porque se ha aprendido, complementándolo con lo que se ha dicho anteriormente, en algunas definiciones los profesores dicen cosas como: “ desarrollar la competencia de comunicación en matemáticas tiene que ver con comprender las ideas matemáticas y ser capaz de comunicarlas, saber explicar el qué, el cómo y el por qué de todos los procesos matemáticos, saber explicar con coherencia lo que se ha hecho.

## **6.2 Con respecto a la segunda pregunta de investigación**

En el instrumento utilizado para recoger la información se planteaban dos preguntas relacionadas con las estrategias que podían servir para desarrollar la competencia de comunicación en matemática en una de ellas ( pregunta 5 del cuestionario) se les preguntaba de manera muy abierta sobre las estrategias que creían podían servir para desarrollar la competencia de comunicación en sus estudiantes y la otra (pregunta 6) era mucho más concreta pues se les planteaba que estrategias utilizaban, una de las cuestiones que nos planteábamos al inicio de la investigación era si los profesores eran coherentes con lo que creían y lo que realmente ellos hacían ; nos damos cuenta que en la mayoría de los casos los profesores son coherentes, lo cual vemos favorable para las prácticas pedagógicas de los profesores participantes en nuestra investigación.

Los profesores en sus clases brindan espacios donde se puede fortalecer la comunicación realizando varias actividades como: “los alumnos explican conceptos matemáticos que han sido expuestos en las clases teóricas por el profesor” con el fin de detectar si han aprendido, porque dicen que: “Los alumnos han de saber de que han de hablar” “los alumnos deben saber explicar el por qué? de las cosas que dicen, al realizar ejercicios o problemas deben saber



explicar el resultado al que han llegado y el proceso que han seguido y los conocimientos matemáticos utilizados.

Además dicen que los estudiantes deben saber redactar el procedimiento seguido al resolver un problema o ejercicio es decir que sepan exponer por escrito lo que hacen. Estos planteamientos están acordes con lo que se plantea en la parte de comunicación en el NCTM “El proceso de comunicación ayuda también a dar significado y permanencia a las ideas y a hacerlas públicas. Cuando se estimula a los estudiantes a pensar y razonar acerca de las matemáticas y a comunicar a otros los resultados de su pensamiento oralmente o por escrito, aprenden a ser claros y convincentes” (NCTM 2000 p.64).

Una de las estrategias más utilizadas por los profesores es sacar a los estudiantes a la pizarra a explicar la resolución de algún problema o ejercicio haciéndolo de una forma muy precisa y clara de tal manera que su intervención sea comprendida por sus compañeros y el profesor. Tal como menciona Lampert ,1990, citado en (NCTM 2000 p.64 ) cuando dice que los estudiantes que exponen sus ideas públicamente pueden beneficiarse de participar en la discusión y el profesor puede controlar su aprendizaje.

Para los profesores una de las estrategias más importantes es el hacer preguntas a sus estudiantes sobre los razonamientos que siguen para resolver un ejercicio o problema les insisten en que las respuestas dadas oralmente sean lo más claras posibles. Intentan que razonen de forma adecuada sus respuestas. Estas apreciaciones tienen que ver con lo que se plantea en los lineamientos curriculares de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional de Colombia cuando mencionan que “El profesor debe guiar, escuchar, discutir, sugerir, preguntar y clarificar el trabajo de los alumnos a través de actividades apropiadas e interesantes. (p.95)

Otra de las estrategias más utilizadas tiene que ver con la interacción entre los alumnos y sus compañeros y entre estos y el profesor. A los alumnos se les debe dar tiempo y oportunidad para que expliquen ejercicios y/o problemas entre ellos, que comenten sus soluciones. Cuando se realizan trabajos en grupo y uno de los estudiantes expone el trabajo realizado ante el resto de la clase el profesor controla que los demás estudiantes sean respetuosos con las opiniones o interacciones del que está hablando, que escuchen con atención. Esto tiene que ver con lo que se plantea en principios y estándares para la educación matemática acerca de las normas sociales en una clase. Dice allí que “Durante la adolescencia, los alumnos con frecuencia renuentes a hacer algo que les obligue a destacarse del grupo, y muchos se sienten cohibidos y no se deciden a exponer su pensamiento a otros. La presión de los compañeros es poderosa, y es muy fuerte el deseo de encajar bien. Los profesores deberían crear un sentimiento de comunidad en las clases para que los alumnos se sientan libres de expresar sus ideas sincera y abiertamente, sin temor al ridículo”. (NCTM, 2000 p.272)

Los profesores dicen que el trabajo en grupo ayuda a desarrollar la competencia de comunicación. Esta parte el trabajo en grupo tal y como lo plantean los profesores del estudio queda un poco corto para lo que se plantea con desarrollar la competencia de comunicación en matemáticas , ya que se habla mucho de interacción entre los alumnos pero no se aprecia la participación activa del profesor, Pues el profesor controla este trabajo en grupo en puestas en común al total de la clase, pero no se aprecian seguimientos exhaustivos dentro de los pequeños grupos y por lo regular siempre es uno o dos estudiantes los que participan en representación de su sub-grupo. Tal y como se expresa en la parte de comunicación en el NCTM “cuando los alumnos trabajan en pequeños grupos, el profesor tiene un importante

papel que desempeñar para asegurar que el discurso contribuya al aprendizaje de los miembros del grupo, y ayuden a la consecución de objetivos matemáticos posteriores”. (NCTM, 2000 p. 276)

### **6.3 Con relación a nuestros objetivos**

Dos de nuestros objetivos han sido logrados al dar respuesta a nuestras preguntas de investigación, en cuanto al objetivo relacionado con delimitar los conceptos de competencias comunicativas y precisar la terminología utilizada, podemos decir que al hacer un estudio minucioso de alguna bibliografía existente sobre competencias matemáticas y en particular sobre la comunicación en matemáticas logramos precisar conceptos y terminología propia del trabajo por competencias. En cuanto al conocer lo que piensan los profesores sobre la incorporación de la competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas podemos decir que la mayoría de los profesores participantes en nuestra investigación muestran una actitud positiva y una mente abierta frente a la inclusión de esta competencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Finalmente debemos destacar la importancia de la investigación para el sistema educativo en estos momentos de transición en que nos encontramos en cuanto al trabajo por competencias ya que a pesar de que hace varios años se viene hablando de ellas y existe mucha teoría al respecto son pocos los avances que en esta materia se han dado, en nuestro caso el desarrollo de la competencia de comunicación en matemáticas puede servir de pauta para futuras investigaciones, teniendo en cuenta las otras siete competencias que contribuyen al desarrollo de las competencias matemáticas.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

Ballesteros, A; Úriz, M; Ursúa, N; Viscarrael, J (2006). Metodología para la investigación. Editorial Eunate.

Blomhoj, M., Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123-139

Burgués, C. (2000). El currículum de primaria. En J.M. Goñi (Coord.), *El currículum de matemáticas en los inicios del siglo XXI* (pp. 59-66). Barcelona: Graó.

Comisión de las Comunidades Europeas (2005). Propuesta de recomendación del parlamento Europeo y del Consejo sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente 2005/0221 (COD). Bruselas.

Chevallard, Y.(1997). Transposición didáctica, Buenos Aires, Aique.

De Lange, (1996). Reewijk. (1997). en El proyecto “Realistic Mathematics Education” instituto Freudenthal.

Echeverría, B. (2002). Gestión de la Competencia de Acción Profesional. Barcelona: Universidad de Barcelona.

Ferreiro, R. (2005) La participación en clase. *Revista Rompan filas*. No 76. págs 3-7

García, F. (2002). El cuestionario. Recomendaciones metodológicas para el diseño de cuestionarios. Editorial Limusa S.A.

Godino, J. (2002) Competencia y comprensión matemática. ¿qué son y como se consiguen? *Revista Uno*. 29, 9-19.

Gómez, J; Latorre, A; Sánchez M; Flecha, R. (2006). Metodología comunicativa crítica. Barcelona; El Roure.

Habermas, J. (1989) “Teoría de la acción comunicativa: complementos a estudios previos”, Ed. Cátedra Madrid, p. 493.

Habermas, J. (1981): Teoría de la acción comunicativa I. Madrid. Taurus.

Lupiáñez, J. L; Rico, L (2008). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Alianza Editorial.

Marchena, G. (2008). Cómo trabajar las competencias básicas. Fundación Ecoem.

Márquez, C; Izquierdo, M y Espinet, M. (2003) comunicación multimodal en la clase de ciencias: el ciclo del agua *ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS*, 21 (3), 371–386.

Medina, S; Castillo, S. (2006). Metodología para la realización de proyectos de investigación y tesis doctorales. Editorial Universitas, S.A.

Ministerio de Educación y Ciencia. (2006b). Real decreto 1631/2006 de 29 de diciembre, por el cual se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.

Moreno, M ; Giménez, A . (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales  
ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS, 2003, 21 (2), 265-280

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, España (traducción al castellano de la versión original: Principles and standards for school mathematics, 2000).

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). Estándares curriculares y de evaluación para la Educación Matemática, Edición en castellano: Sociedad Andaluza de Educación Matemática “Thales”, Sevilla.

NCTM, Professional Standards for teaching Mathematics, Reston, VA: NCTM, 1991.

Niss, M. & Jensen, T.H. (2002) (eds.) (to appear). Competencies and Mathematical Learning Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark. English translation of part I-VI of Niss & Jensen). Under preparation for publication in the series *Texts from IMFUFA*. Roskilde University, Denmark: IMFUFA

OCDE. (2005). La Definición y Selección de Competencias Claves. Resumen ejecutivo. OCDE. Descargado el 20 de noviembre de 2008, desde [www.deseco.admin.ch](http://www.deseco.admin.ch)

OCDE(2003). Marcos Teóricos de PISA 2003 Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, ciencias y Solución de problemas. Paris: OCDE.

Pimm, D (1987). El lenguaje matemático en el aula. Ministerio de Educación. Ediciones Morata

Pozuelos, F. (2003/2004) Ambiente de clase e investigación escolar. El aula como contexto. *Cooperación Educativa. Kikirikí*, 71/72, 23-25.

Puig, L (2008). Sentido y elaboración del componente de competencia de los Modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos.

Racionero, S; Ríos, O; Soler, M. (2006) Artículo consecuencias para la educación de las concepciones de de Searle y Habermas sobre el lenguaje. Universidad de Barcelona.

Rey, B y otros (2003): Les compétences á l'école. Apprentissage et évaluation, Bruxelles. De Boeck.

Rico, L (2007) La competencia matemática en PISA. PNA, 1(2) 47-66.

Rico, L; Lupiañez, J.(2008). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Alianza editorial.

Rizo, M (2006). Interacción y comunicación: Exploración teórica conceptual del concepto de interacción. Descargado el 20 de julio de 2009, desde [www.monografias.com](http://www.monografias.com)

Romberg, T (1991). Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas. Revista de educación, núm 294 págs 323 – 406

Zabala, A; Arnau, L. (2007). Cómo aprender y enseñar competencias. Graó: Barcelona.

## 8. LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Primer cuestionario de recogida de datos

Anexo 2: Cuestionario definitivo para la recogida de datos, con las modificaciones añadidas.

Anexo 3. Correo enviado a los institutos.

Anexo 4. Carta dirigida a los institutos pidiendo su colaboración en la investigación.

Anexo 5. Cuadro 1. Definiciones de competencia en el ámbito profesional. Zabala, A; Arnau, L (2007).

## ANEXO 1. PRIMER CUESTIONARIO DE RECOGIDA DE DATOS

Máster oficial de Investigación en Didáctica de las matemáticas  
La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas  
“Universidad Autónoma de Barcelona”

### CUESTIONARIO

El presente cuestionario forma parte de un trabajo de investigación que debe desarrollarse en el contexto del Máster oficial de Investigación en Didáctica de las matemáticas de la Universidad Autónoma de Barcelona. La investigación está a cargo de Ángela María Ramírez Arteaga, con la Dirección de Jordi Deulofeu y Javier Diez.

Se espera que respondas reflexivamente a cada uno de los ítems solicitados, pues tus aportaciones serán sumamente valiosas para la realización de este trabajo. **El cuestionario es anónimo.** La información que se obtenga será utilizada exclusivamente en el marco de la investigación. Se garantiza que los datos facilitados en la primera parte del cuestionario se mantendrán en absoluto secreto, para garantizar el anonimato.

Para información más detallada sobre la investigación, puede contactar con el equipo responsable enviando un email a: [lariagarez@hotmail.com](mailto:lariagarez@hotmail.com), [Jordi.deulofeu@uab.cat](mailto:Jordi.deulofeu@uab.cat), [javier.diez@uab.cat](mailto:javier.diez@uab.cat)

¡Gracias por tu colaboración!

#### I. PRIMERA PARTE: DATOS DE IDENTIFICACIÓN

1. Nombre y apellidos: \_\_\_\_\_
2. Género: (marca con una x lo que corresponda)  
Femenino: \_\_\_\_ Masculino: \_\_\_\_
3. Titulación más alta que has alcanzado: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
4. Años de experiencia docente: \_\_\_\_\_
5. Edad : \_\_\_\_\_
6. Tamaño de tu centro:
  - 1 - 100 \_\_\_\_
  - 101 – 200 \_\_\_\_
  - 201 – 300 \_\_\_\_
  - 301 – 400 \_\_\_\_
  - 401 o más \_\_\_\_
7. Tipo de centro:
  - Público \_\_\_\_
  - Concertado \_\_\_\_
  - Privado \_\_\_\_
8. ¿Cuántos habitantes aproximadamente tiene el municipio donde se encuentra el centro educativo donde ejerces como profesor?

## II. PREGUNTAS

1. ¿Podrías explicarme ¿cómo funcionan tus clases de matemáticas? ¿Qué haces?  
¿Cómo las organizas?
2. ¿Crees importante que los estudiantes aprendan a comunicar ideas matemáticas? ¿Por qué?
3. ¿Cómo evalúas la competencia de comunicación de ideas matemáticas en tus estudiantes?
4. ¿Qué entiendes por desarrollar la competencia comunicativa en la clase de matemáticas?
5. ¿Qué estrategias crees tú que sirven para desarrollar la competencia comunicativa en la clase de matemáticas?
6. De todas estas estrategias ¿tú cuáles utilizas en tu clase? Explica y proporciona algunos ejemplos.
7. Pon un ejemplo de una actividad que consideres adecuada para desarrollar la competencia comunicativa en clase de matemáticas y otro ejemplo en que no.
8. ¿Cómo trabajas la suma de fracciones con diferente denominador con tus estudiantes?
9. En tus clases de matemáticas ¿Propones actividades a tus estudiantes en las cuales puedan expresar oralmente o por escrito lo que han hecho para resolver un ejercicio o un problema? En caso afirmativo ¿cómo lo haces?



## ANEXO 2: CUESTIONARIO DEFINITIVO PARA LA RECOGIDA DE DATOS, CON LAS MODIFICACIONES AÑADIDAS.

Máster oficial de Investigación en Didáctica de las matemáticas  
La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas  
“Universidad Autónoma de Barcelona”

### CUESTIONARIO

El presente cuestionario forma parte de un trabajo de investigación que debe desarrollarse en el contexto del Máster oficial de Investigación en Didáctica de las matemáticas de la Universidad Autónoma de Barcelona. La investigación está a cargo de Ángela María Ramírez Arteaga, con la Dirección de Jordi Deulofeu y Javier Diez.

Se espera que respondas reflexivamente a cada uno de los ítems solicitados, pues tus aportaciones serán sumamente valiosas para la realización de este trabajo. **El cuestionario es anónimo.** La información que se obtenga será utilizada exclusivamente en el marco de la investigación. Se garantiza que los datos facilitados en la primera parte del cuestionario se mantendrán en absoluto secreto, para garantizar el anonimato.

Para información más detallada sobre la investigación, puede contactar con el equipo responsable enviando un email a: [lariagarez@hotmail.com](mailto:lariagarez@hotmail.com), [Jordi.deulofeu@uab.cat](mailto:Jordi.deulofeu@uab.cat), [javier.diez@uab.cat](mailto:javier.diez@uab.cat)

¡Gracias por tu colaboración!

#### I. PRIMERA PARTE: DATOS DE IDENTIFICACIÓN

1. Género: (marca con una x lo que corresponda)

Femenino: \_\_\_\_ Masculino: \_\_\_\_

2. Titulación más alta que has alcanzado: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. Años de experiencia docente: \_\_\_\_\_

4. Edad : \_\_\_\_\_

5. Tamaño de tu centro:

Menos de 100 \_\_\_\_

101 – 200 \_\_\_\_

201 – 300 \_\_\_\_

301 – 400 \_\_\_\_

401 o más \_\_\_\_

6. Tipo de centro:

Público \_\_\_\_

Concertado \_\_\_\_

Privado \_\_\_\_

7. ¿Cuántos habitantes aproximadamente tiene el municipio donde se encuentra el centro educativo donde ejerces como profesor?

## II. PREGUNTAS

1. ¿Podrías explicarme cómo funcionan tus clases de matemáticas? ¿Qué haces?  
¿Cómo las organizas?
2. ¿Crees importante que los estudiantes aprendan a comunicar ideas matemáticas? ¿Por qué?
3. ¿Cómo evalúas la competencia de comunicación de ideas matemáticas en tus estudiantes?
4. ¿Qué entiendes por desarrollar la competencia comunicativa en la clase de matemáticas?
5. ¿Qué estrategias crees tú que sirven para desarrollar la competencia comunicativa en la clase de matemáticas?
6. De todas estas estrategias ¿tú cuáles utilizas en tu clase? Explica y proporciona algunos ejemplos.
7. Pon un ejemplo de una actividad que consideres adecuada para desarrollar la competencia comunicativa en clase de matemáticas y otro ejemplo en que no.
8. ¿Cómo haces o qué estrategias utilizas para promover el desarrollo de la competencia comunicativa entre tus estudiantes, en el caso concreto de la suma de fracciones?
9. En tus clases de matemáticas ¿Propones actividades a tus estudiantes en las cuales puedan expresar oralmente o por escrito lo que han hecho para resolver un ejercicio o un problema? En caso afirmativo ¿cómo lo haces?

### ANEXO 3. CORREO ENVIADO A LOS INSTITUTOS.

Apreciat/da director/a,

Em dic Ángela María Ramírez Arteaga. Sóc estudiant del programa de Màster en Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Enguany estic duent a terme el meu treball de recerca final per a l'obtenció del grau de Màster. Es tracta d'un estudi sobre com els professors/es de matemàtiques potencien el desenvolupament de la competència de comunicació en matemàtiques. A tal efecte, estic passant un qüestionari breu de preguntes, de caire anònim, a tots i totes les professors/es de matemàtiques de secundària, als IES de Catalunya.

Li agrairia si pogués fer arribar aquest qüestionari als professors/es de matemàtiques del seu centre, per tal que me'l fessin arribar omplert a la següent adreça electrònica:

[lariagarez@hotmail.com](mailto:lariagarez@hotmail.com)

Aprofito l'avinentesa per salidar-lo/a molt cordialment,

Gràcies pel seu temps,

Ángela María Ramírez Arteaga  
UAB

#### ANEXO 4. CARTA DIRIGIDA A LOS INSTITUTOS PIDIENDO SU COLABORACIÓN EN LA INVESTIGACIÓN.

Bellaterra, 16 d'Abril de 2009

A l'atenció de qui correspongui,

Amb aquesta carta li comuniquem que Ángela María Ramírez Arteaga, estudiant del *Màster de Recerca en Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals* de la Universitat Autònoma de Barcelona, està duent a terme un projecte de recerca amb professorat de matemàtiques de secundària, que requereix la complimentació d'un breu qüestionari per part dels i les professors/es de matemàtiques. En aquest sentit, donem fe d'aquesta recerca, i ho posem en el seu coneixement, als efectes que l'Àngela Maria Ramírez Arteaga tingui la possibilitat de poder parlar amb els professors/es de matemàtiques del seu centre, a fi i efecte de poder fer els qüestionaris. Per suposat, els qüestionaris són totalment anònims, i la participació a la recerca és absolutament voluntària.

Atentament,

Javier Díez-Palomar,  
Professor lector  
Departament de Didàctica de la  
Matemàtica i les Ciències  
Experimentals  
Universitat Autònoma de  
Barcelona  
E-mail: [javier.diez@uab.cat](mailto:javier.diez@uab.cat)  
Telf.: +34 93 581 3205

Jordi Deulofeu  
Professor titular  
Departament de Didàctica de la  
Matemàtica i les Ciències  
Experimentals  
Universitat Autònoma de  
Barcelona  
E-mail: [jordi.deulofeu@uab.cat](mailto:jordi.deulofeu@uab.cat)  
Telf.: +34 935812647

## Anexo 5.

	DIMENSIÓN SEMÁNTICA				DIMENSIÓN ESTRU
	¿QUÉ ES?	¿PARA QUÉ?	¿DE QUE MANERA?	¿DÓNDE?	POR MEDIO DE
<b>McClelland 1973</b>	Aquello	Que realmente causa un rendimiento superior		En el trabajo	
<b>McLeary 2005</b>	Presencia de características o ausencia de incapacidades	Persona adecuada para realizar tareas específicas			
<b>OIT 2004</b>	Capacidad efectiva	Para llevar a cabo una actividad laboral plenamente identificada	Exitosamente		Capacidades, conocimientos
<b>Ministerio Trabajo y Asuntos Sociales 1995</b>	capacidad	El desempeño de la ocupación de que se trate.			Conocimientos, destrezas
<b>Diccionario Larousse</b>	Habilidad	Discutir, consultar y decidir.		Sobre lo que Conciernen al trabajo	Conocimientos, cualidades
<b>INEM 1995</b>	Ejercicio de las capacidades	Permiten el desempeño de una ocupación.	Eficazmente.	Respecto a los niveles requeridos en el empleo.	Engloba las capacidades. Conjunto de comportamientos
<b>Tremblay 1994</b>	Capacidad.	La identificación de Tareas-problemas y su resolución	Acción eficaz	Dentro de un grupo de situaciones	Conocimientos conceptos Esquemas operacionales
<b>Le Boterf 2000</b>			Movilización de recursos que sólo es pertinente en una situación		Acciones que combinan Conocimientos (conocimiento, relación, saber hacer). de situaciones.

Cuadro 1. Definiciones de competencia en el ámbito profesional. Zabala, A; Arnau, L (2007).