

# Del diseño de entornos interactivos de aprendizaje al análisis de la relación entre la dimensión personal y social del aprendizaje

Julia Valls; M. Luz Callejo & Salvador Llinares<sup>1</sup>  
[julia.valls@ua.es](mailto:julia.valls@ua.es), [luz.callejo@ua.es](mailto:luz.callejo@ua.es), [sllinares@ua.es](mailto:sllinares@ua.es)  
Departamento de Innovación y Formación Didáctica  
Universidad de Alicante, España

**Resumen.** *En este trabajo presentamos la nuestra trayectoria en las investigaciones sobre cómo los estudiantes para profesor conceptualizan la enseñanza de las matemáticas. Describimos la transición desde (i) el diseño, implementación y análisis de entornos interactivos de aprendizaje utilizando video-clips y debates on-line a través de la realización de experimentos de enseñanza, (ii) nuestro foco sobre la relación entre la interacción y la implicación cognitiva sobre las que se apoya los procesos de conceptualización de la enseñanza de las matemáticas, y finalmente (iii) generar cuestiones de investigación sobre la relación entre la dimensión personal y la dimensión social en los procesos de aprender el conocimiento necesario para enseñar matemáticas.*

## Introducción

La formación de maestros y profesores de matemáticas en la sociedad del conocimiento debería estar centrada en proporcionar conocimiento y ayudar a desarrollar destrezas que permitiera a los futuros profesionales participar en la creación de nuevo conocimiento (Shulman y Shulman, 2004). Por tanto, uno de los desafíos más importantes a los que se enfrenta el formador de profesores es proporcionar los medios para que los estudiantes para profesor puedan construir y gestionar las ideas de Didáctica de la Matemática necesarias para enseñar matemáticas y generar nuevo conocimiento desde la propia práctica de enseñar de las Matemáticas (Hiebert, Morris, Berk & Jansen, 2007; Llinares y Krainer, 2006; Penalva, Escudero y Barba, 2006). Para ello, iniciamos una línea de investigación centrada en:

- a. *El diseño de materiales curriculares y de entornos de aprendizaje basados en el uso de videos y en las discusiones asincrónicas (debates virtuales) para fomentar el*

---

<sup>1</sup> El grupo de investigadores que han participado en los diferentes proyectos que han configurado esta línea de investigación son: M Luz Callejo, Salvador Llinares, Carmen Penalva, Carolina Rey, Ana-Isabel Roig, Germán Torregrosa y Julia Valls. Recientemente se ha incorporado Ceneida Fernández.

*desarrollo de los procesos de identificación e interpretación de diferentes aspectos de la enseñanza de las matemáticas en los estudiantes para maestro/profesor.*

- b. Analizar las características de los procesos de construcción del conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas realizado de manera colaborativa por los estudiantes para maestro/profesor.*
- c. Generar cuestiones sobre nuestra comprensión de las relaciones entre las dimensiones personales y sociales en las que se articulan los procesos de construcción del conocimiento necesario para la enseñanza de las matemáticas.*

A continuación describimos brevemente el marco de estas investigaciones y nuestras aportaciones a las mismas.

### **1. Diseño de materiales curriculares y entornos de aprendizaje**

En distintas investigaciones se han usado *video-clips* para presentar situaciones de enseñanza de las matemáticas a los estudiantes para profesor y *debates* para favorecer la interacción durante el análisis de la enseñanza. Los videos-clips han servido como contexto para vincular los registros de la práctica con información procedente de la Didáctica de las Matemáticas que era considerada útil para explicar los diferentes aspectos de la enseñanza de las Matemáticas. Las investigaciones tenían como objetivo caracterizar la manera en la que se construía el conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas teniendo en cuenta la manera en la que el discurso de los estudiantes para profesor evolucionaba (Masingila & Doerr, 2002; Pea, 2006; Sherin, 2004). En estas investigaciones, las características del proceso argumentativo de los estudiantes para maestros/profesores se relacionan con otras dimensiones que definen la calidad del discurso generado: la forma de participación y la dimensión cognitiva del contenido del discurso (Andriessen, Erkens, van de Laank, Peters, & Coirier, 2003; Weinberg y Fisher, 2006). Los resultados de estas investigaciones han mostrando que las interacciones centradas en el análisis de la enseñanza ayudan a los estudiantes para maestros/profesores a

- (a) centrar más su atención en determinados aspectos y permiten mejorar la habilidad para identificar situaciones problemáticas desde diferentes perspectivas (Lin, 2005);

(b) desarrollar aproximaciones que van más allá del nivel descriptivo de estas situaciones iendo hacia una interpretación significativa de los procesos de aprendizaje de las matemáticas, y

(c) desarrollar la competencia docente identificando evidencias del aprendizaje matemático de los estudiantes como un medio para analizar el efecto de la enseñanza y poderla revisar.

Sin embargo estas investigaciones también han mostrado que el aprender a conceptualizar la enseñanza de las matemáticas es difícil de desarrollar y depende de las condiciones en las que se constituyen los entornos de aprendizaje para los estudiantes para profesor (Morris, 2006). Es decir, las características de los entornos de aprendizaje parece que determina la manera en la que los estudiantes para maestro/profesor usan los elementos teóricos desde la didáctica de la matemática como instrumentos conceptuales en su análisis de los registros de la enseñanza.

### **1.1. Nuestras aportaciones a estas investigaciones**

En los últimos años nuestro grupo han centrado sus investigaciones en:

- *Diseñar, experimentar y analizar materiales curriculares y entornos de aprendizaje interactivos en la web. La característica de estos entornos de aprendizaje es que favorezcan la interacción de los alumnos en la resolución de problemas profesionales o casos a través de debates virtuales.*

La aproximación metodológica para realizar este trabajo se basa en “*experimentos de enseñanza*” (Callejo, Valls y Llinares, 2007; Design-Based Researcher Collective, 2003; Llinares, 2004; Llinares, Valls, y Roig, 2008; Valls, Llinares y Callejo, 2006; Valls, Callejo y Llinares, 2008; Rey, Penalva y Llinares, 2007). Un experimento de enseñanza contempla un “ciclo de investigación” en tres fases:

*Fase 1: Diseño y planificación de la instrucción;*

*Fase 2: Experimentación en el aula o en un entorno virtual de las tareas diseñadas y*

*Fase 3: Análisis retrospectivo*

Para la realización de estas fases construimos narrativas que describían sucesos del aula en forma de casos o identificábamos segmentos de video desde registros de la

enseñanza, los documentos teórico de apoyo y las tareas (las cuestiones guías en los debates) que debían articular el entorno de aprendizaje como material curricular.

Cuando utilizamos registros de la práctica (segmentos de grabaciones de lecciones de matemáticas) realizábamos cuatro etapas (figura 1):

- identificación del foco de atención – ideas de didáctica de la matemática-,
- planificación y desarrollo de las clases escolares que debían ser grabadas,
- selección de fragmentos de clase, y
- diseño de las tareas de aprendizaje para los estudiantes para profesor (las preguntas para organizar el debate).

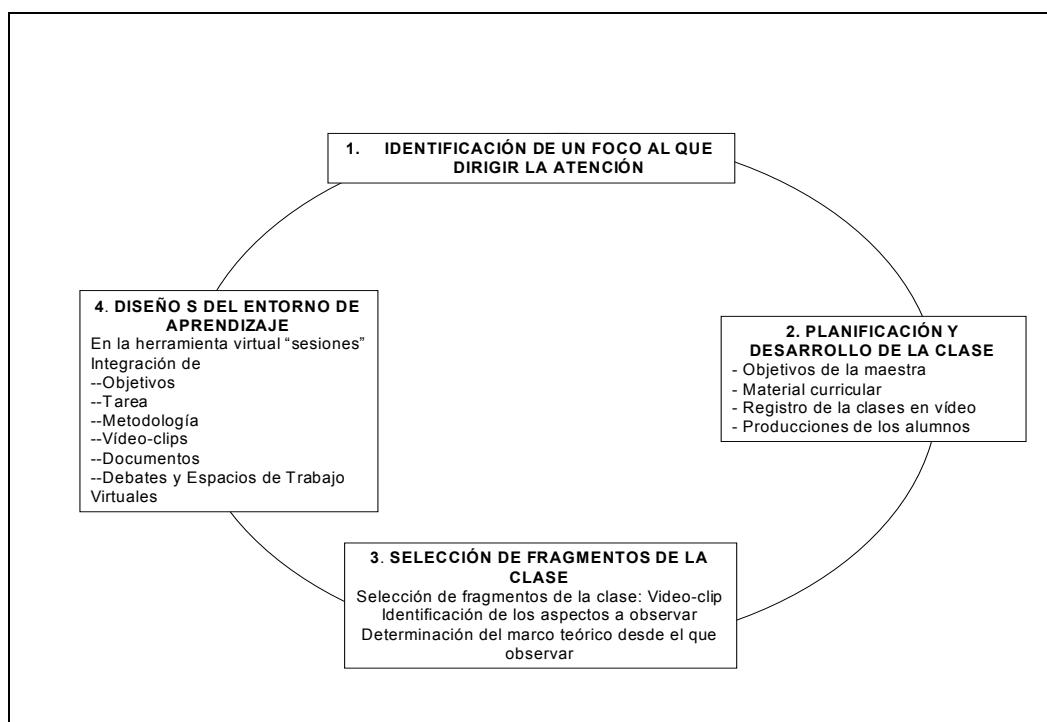


Figura 1. Etapas para el diseño del material curricular

Para diseñar los entornos de aprendizaje interactivos usamos la herramienta “Sesiones” del Campus virtual de la Universidad de Alicante. Esta herramienta permite construir un espacio-web de interacción social (figura 2) que integra videos, texto y acceso a documentos.

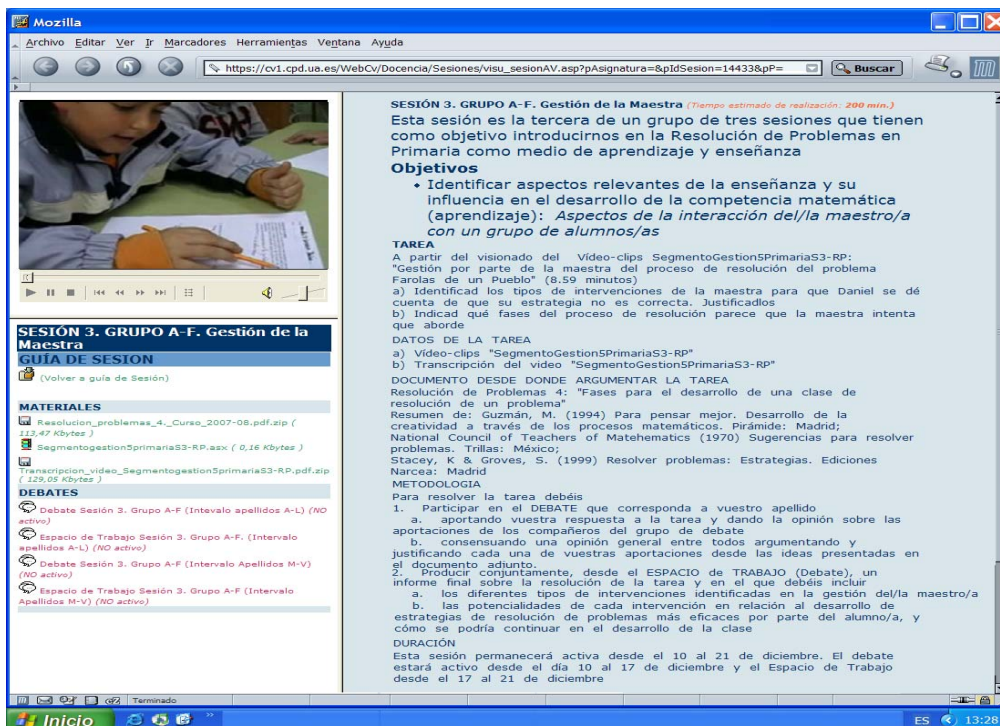


Figura 2. Carátula de la sesión: *Gestión de la maestra del proceso de resolución de problemas*

En estos entornos de aprendizaje, básicamente la secuencia metodológica (figura 3) seguida es, con pequeñas variaciones, la siguiente:

- (a) Presentación del registro de la práctica, a través de la lectura del caso-problema profesional o visionando un video-clip
- (b) leer la documentación teórica proporcionada sobre Didáctica de la Matemática.
- (c) participar en debates virtuales para intercambiar y consensuar con los compañeros los análisis e interpretaciones del video-clip focalizados por las preguntas planteadas.
- (d) escribir un informe en pequeño grupo sobre lo realizado.

Esta secuencia metodológica era modificada para adaptarla a los contextos específicos en los que se implementaban los entornos de aprendizaje, en la licenciatura de Matemáticas (Callejo, Llinares y Valls, 2008), en la formación de maestros (Llinares y Valls, 2007) y en la licenciatura de Psicopedagogía (Rey et al., 2007).

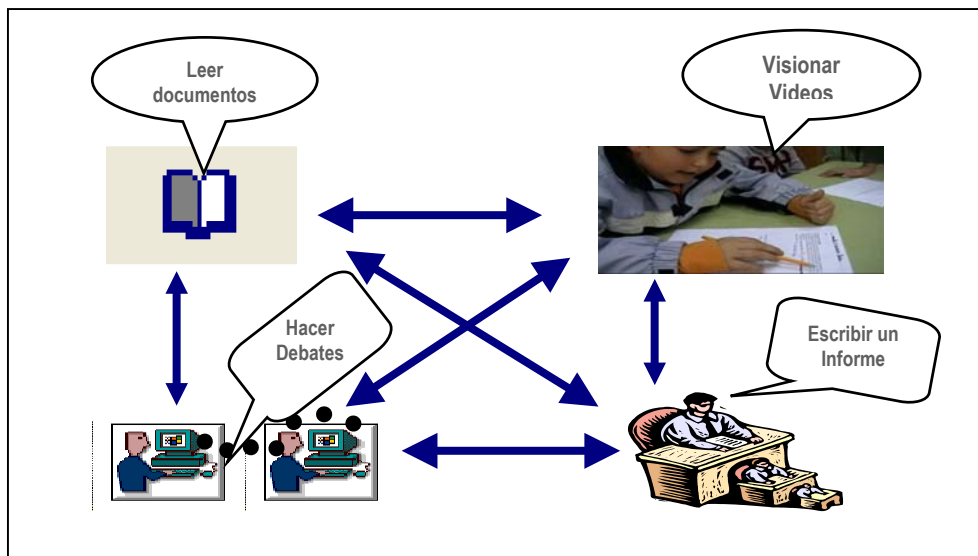


Figura 3. Estructura metodológica del entorno de aprendizaje

Los resultados de las investigaciones realizadas en cada uno de estos contextos ponen de manifiesto que:

- (a) el uso de estos entornos privilegian la interacción y la reflexión sobre registros de la práctica ayudando a los estudiantes para maestro/ profesor /asesor generar una visión más compleja de las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas;
- (b) las características de los entornos de aprendizaje parecen determinar la manera en la que los estudiantes para maestro/profesor/asesor llegan a usar los elementos teóricos desde la Didáctica de la Matemática como instrumentos conceptuales, y
- (c) en el caso de los maestros en ejercicio en programas de formación como asesores, la reflexión sobre la propia práctica se convierte en un eslabón importante en la transformación de la información teórica en instrumento conceptual.

La información que estamos reuniendo permite caracterizar la relación entre el diseño y la investigación como aspectos ineludibles del binomio formador de profesores-investigador (García, Sánchez, Escudero y Llinares, 2006) y aporta conocimiento sobre el proceso de aprendizaje en contextos que favorecen la interacción mientras se resuelven problemas profesionales.

## **2. Características de los procesos de construcción del conocimiento: interacción y resolución de problemas profesionales**

El proceso de construcción del conocimiento tiene significado en el contexto de la acción e interacción conjunta mientras se resuelven problemas (Cobo & Fortuny, 2000; Llinares & Olivero, 2008). Este proceso de implicación cognitiva toma la forma de un diálogo en el que se proponen soluciones, se realizan añadidos, ampliaciones, objeciones y contrapropuestas desde las aportaciones de los demás (Derry, Gance, Gance y Schlager, 2000; Schire, 2006). En este sentido, la descripción de la calidad de los procesos de comunicación que se generan utilizando los nuevos instrumentos de comunicación plantea nuevas cuestiones conceptuales y metodológicas. Desde un punto de vista conceptual, Wells (2002) mantiene que:

- (a) el discurso debe producir progreso en el sentido de que compartir, cuestionar y revisar opiniones conduce a una nueva comprensión de todos los que participan, pudiendo llegar a ser esta superior a la comprensión previa;
- (b) el contenido de un discurso progresivo debe ser considerado un “artefacto del conocimiento” sobre el que los participantes trabajan colaborativamente para mejorar. Estas hipótesis se apoyan en las teorías que ven el desarrollo del conocimiento mediado por el discurso social y plantean cuestiones en investigación educativa que deben ser exploradas (Wells, 2002, p. 114):
  - ¿qué formas debe tomar el discurso para considerarlo vinculado a la construcción del conocimiento?
  - ¿qué tipo de condiciones permiten que esto ocurra de esta manera?

Estos supuestos teóricos sobre el papel de la interacción y el discurso se apoyan en la posibilidad de que las personas puedan llegar a reificar “conceptos e ideas relevantes para la enseñanza” a partir de la participación (Wenger, 1998).

### **2.1. Nuestras aportaciones a estas investigaciones**

En nuestro trabajo hemos tratado de:

- *Caracterizar la manera en la que los estudiantes para maestro/profesor de matemáticas / asesores construyen conocimiento sobre la enseñanza a partir de entornos de aprendizaje diseñados ad hoc*

Las características del proceso argumentativo de los estudiantes para maestro/profesor / asesor se ha relacionado con:

- la forma de participación, y
- la dimensión cognitiva del contenido del discurso.

En nuestras investigaciones sobre la relación entre la forma de participar en los debates virtuales mientras se analizan aspectos de la enseñanza de las matemáticas y la construcción del conocimiento usamos diferentes categorías. Para el análisis de la *interacción* usamos seis categorías para dar cuenta de la *forma en la que se participaba* en la generación de discurso:

- *Aporta información.* Responde a las cuestiones planteadas pero sin hacer referencia a ninguna aportación previa. En algunos casos suelen ser aportaciones iniciales. Esta aportación de información puede ser más o menos rica en la medida en que se refiere o no a las ideas teóricas, proporciona citas del video-clip, plantea cuestiones o algún dilema.
- *Clarifica.* Amplia algún aspecto introducido anteriormente.
- *Concuerda.* Manifiesta conformidad y apoyo hacia una aportación determinada.
- *Concuerda y amplía.* Concuerda y amplía aspectos mencionados en otras aportaciones. Argumenta y genera una hipótesis.
- *Discrepa.* Manifiesta disconformidad.
- *Discrepa y amplía.* Manifiesta disconformidad y argumenta su discrepancia.

Para la *cognición*, se ha considerado la “calidad” del discurso generado teniendo en cuenta cómo los estudiantes para profesor relacionaban las evidencias empíricas procedentes del video con las ideas teóricas proporcionadas en los documentos como un aspecto del proceso interpretativo generado. Para este aspecto se han considerado cuatro niveles:

*NI. Descriptivo:* El estudiante responde describiendo de manera “natural” lo que ve, sin utilizar aquellas ideas de la teoría que son necesarias y relevantes para analizar la situación.



*N2. Retórico:* Uso de ideas teóricas de los documentos para construir un discurso, sin establecer relaciones entre estas ideas o de ellas con la situación. Se podría decir que falta cohesión en el discurso.

*N3. Identificación e inicio de un uso instrumental de la información:* Identifica uno o varios aspectos relevantes de la situación y los interpreta utilizando ideas teóricas y los relacionan o no entre ellos.

*N4. Teorizar-conceptualizar. Integración relacional:* La información teórica se transforma en herramienta conceptual. Las herramientas conceptuales se identifican y se usan integrándolas para dar una respuesta a la tarea.

El análisis de las intervenciones escritas de los estudiantes para maestro/profesor de matemáticas en los debates virtuales hemos considerado como unidades de análisis (figura 4) las aportaciones individuales realizadas por los estudiantes en el debate y como cadenas conversacionales (figura 5) al conjunto de interacciones vinculadas a una misma temática, que permite conocer alrededor de qué temas y de qué manera los estudiantes para profesor interaccionan y haciendo visible las ideas que pueden llegar a ser deificadas (Kumpulainen & Mutanen, 2000).

o Algo diferente ( Maria- 23:28:22 25/04/2006) **C1-S12-D+A- L3.3 (m) 75**  
Difiero con vosotras en la idea de que la dimensión que respecta al desarrollo de las actitudes positivas hacia la capacidad matemática sea la que Sara le da más importancia. Sí que es cierto que mediante la discusión en pequeños grupos y el dialogo que establece con los propios alumnos ayuda a potenciar esta dimensión. El hecho de que los alumnos vean que por ellos mismos son capaces de resolver el problema es lo que les ayuda a tener confianza en uno mismo y desarrollar esta dimensión de la competencia matemática.  
(La profesora potencia esta dimensión aportándoles pequeñas ayudas y conduciéndoles, por así decirlo, por el buen camino. Como se muestra en el video, Sara les pide que representen todas las gráficas en unos mismos ejes pues así les ayudará a ver mejor las relaciones, e intenta que interpreten bien la gráfica, así les hace cuestiones tales como: ¿qué estamos relacionando en los ejes?, ¿qué significa ese punto exactamente?).  
Con preguntas como: '¿Por qué son todas rectas?, ¿Por qué si fuera redonda tendría otra forma?, ¿Qué significa ese punto exactamente?', lo que intenta potenciar es el desarrollo de la dimensión de la comprensión conceptual, pues Sara quiere que queden claros los conceptos de pendiente, interpretación gráfica de funciones, y las relaciones entre las variables, en este caso el volumen y la altura. (Esta es la dimensión que creo que más intenta potenciar con sus preguntas) Aun más, aunque el enunciado de la tarea no les pida una argumentación del procedimiento empleado, como Sara pide a los alumnos que justifiquen sus respuestas (se muestra en la conversación con preguntas como '¿Por qué?') , también potencia la dimensión de la comunicación, argumentación y justificación matemática

Figura 4. Aportación individual de un estudiante a un debate virtual. Unidad de análisis

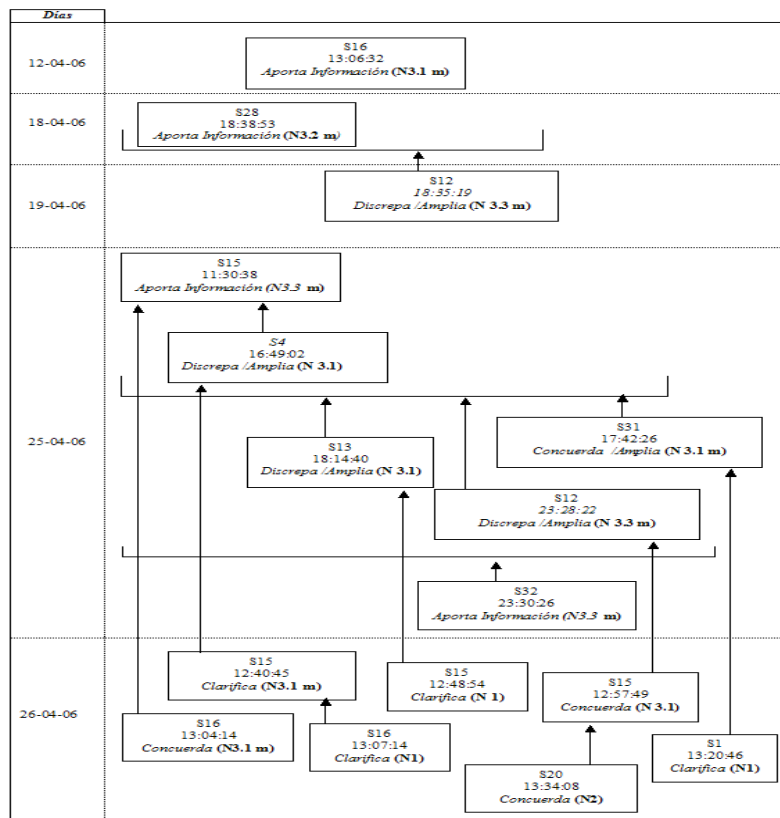


Figura 5. Cadena conversacional identificada en un debate virtual

Los resultados obtenidos en las distintas investigaciones realizadas ponen de manifiesto que

- las interacciones entre los estudiantes para profesor parecen potenciarse cuando existe un foco de interés compartido haciendo que se impliquen en actividades conjuntas de identificar y analizar los diferentes aspectos de la enseñanza de las matemáticas, lo que les permite llegar a compartir un cierto nivel de comprensión de la situación.
- el análisis del vínculo entre las formas de participar y la calidad cognitiva del discurso generado como una manifestación de la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas en estudiantes para maestro ha empezado a mostrar cómo se empieza a instrumentalizar el uso de las ideas teóricas desde la didáctica de las matemáticas en el análisis de la enseñanza de las matemáticas pero sin identificarse claramente una relación de causalidad entre la interacción y la construcción del conocimiento.
- Finalmente, la interpretación de los estudiantes de la enseñanza de las matemáticas muestran cómo sus experiencias previas y sus creencias filtran la construcción del

discurso.

Estos resultados nos han permitido caracterizar globalmente el comportamiento de los grupos de estudiantes al identificar lo que parece apoyar o limitar la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas. Por otra parte, estos resultados en relación al comportamiento de los grupos también han puesto de manifiesto que no es posible explicar el aprendizaje individual con el tipo de análisis que estábamos haciendo. Esta constatación generó la necesidad de determinar que relaciones existen entre la dimensión personal del aprendizaje y la dimensión social.

### **3. Relaciones entre las dimensiones personal y social del aprendizaje**

Las perspectivas socioculturales del aprendizaje desde las que se han generado las ideas que articulan la manera de entender el proceso de construcción del conocimiento en los espacios de interacción social (Greeno, J. & the Middle School Mathematics Through Applications Project Group, 1998; Wells, 2002; Wenger, 1998)- definen nuevos aspectos específicos sobre los que hay que indagar para mejorar la comprensión de las relaciones entre las dimensiones personales y sociales del aprendizaje de conocimiento relativo a la enseñanza de la matemáticas.

Nuestra hipótesis inicial es que esta caracterización se puede realizar construyendo tipologías de trayectorias personales de construcción del conocimiento de los estudiantes para profesor cuando están aprendiendo conocimiento necesario para enseñar matemáticas. Para ello, los análisis de datos deben usar una aproximación de estudios de casos.

#### **3.1. Nuestra perspectiva ante este nuevo problema de investigación**

Nuestra propuesta para el análisis del contenido de los discursos de los estudiantes en los debates virtuales mientras resuelven problemas profesionales relativos a la enseñanza de las matemáticas se apoya en diferentes niveles:

- a nivel general del foro,
  - en las cadenas conversacionales,

- en los mensajes y los intercambios para intentar identificar relaciones entre las variables de diferentes niveles y,
- a nivel particular, en las relaciones entre el tipo de interacción, dimensión cognitiva del contenido de los debates y cambios a lo largo de los debates (Schrire, 2006).

En estos momentos estamos trabajando para establecer características sobre la relación entre la dimensión social (comportamiento global del grupo considerando la relación entre las formas de participar y los niveles de construcción del conocimiento inferidos) y la dimensión personal del aprendizaje (identificación de tipologías de trayectorias personales de construcción del conocimiento). Asumimos que la caracterización de esta relación puede ayudarnos a explicar el aprendizaje personal en contextos sociales. Para ello nos hemos propuesto responder la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo se relacionan las dimensiones individual y social del aprendizaje de los estudiantes para maestro/profesor/asesor en tareas enfocadas a dotar de sentido el aprendizaje de las matemáticas?

La aproximación metodológica es el “estudio de casos”. Los pasos a seguir son:

#### *Selección de casos*

Para la selección de casos tendremos en cuenta para cada estudiante las siguientes variables:

- el número de aportaciones al debate
- la calidad de las aportaciones desde el punto de vista de la cognición: N1. Descriptivo; N2. Retórico; N3. Identificación e inicio de un uso instrumental de la información y N4. Teorizar-conceptualizar. Integración relacional
- la interacción con la tarea y entre los participantes teniendo en cuenta las siguientes formas de participar: AI. Aporta información ; CL. Clarifica; C. Concuerda; C+A. Concuerda y amplía; D. Discrepa y D+A. Discrepa y amplía. La primera de ellas hace referencia a la forma interaccionar con la tarea y todas las demás a la forma de interaccionar entre los participantes
- las cadenas conversacionales en las que se ha participado

Estas variables conjeturamos que nos proporcionarán información sobre participación e implicación cognitiva para elegir a los estudiantes para maestro/profesor/ asesor (los casos).

### *Análisis de los casos*

Los casos se analizarán teniendo en cuenta la *focalización y auto-regulación del discurso* (dimensión personal), y la *dinamización y participación* en el debate (dimensión social) entendidas de la siguiente manera:

#### Dimensión personal

*Focalizar el discurso.* Centrar el discurso en un aspecto concreto, haciendo un uso instrumental de la información teórica y aportando evidencias de la situación de enseñanza analizada. Para operativizar esta variable distinguimos cuatro niveles de cognición (N1; N2; N3 y N4) que indican distintos grados de focalización del discurso, *(Auto)-regular el discurso.* Formulación de preguntas a sí mismos o a otros y planteamiento de dilemas.

#### Dimensión social

*Dinamizar el debate.* Consideramos que un estudiante dinamiza el debate en la medida que sus intervenciones provocan reacción en sus compañeros y es dinamizado cuando las intervenciones de sus compañeros estimulan su participación. Para operativizar esta variable hemos utilizado las seis formas de interacción, la primera se refiere a la interacción con la tarea (AI) y las otras a la interacción con otros (CL; C; C+A; D; D+A).

*Participar en el debate.* Número de intervenciones y momentos en los que se realiza en relación al desarrollo del debate.

Para integrar las dimensiones personal y social del aprendizaje pensamos relacionar las diferentes variables como muestra el cuadro 1 dando lugar a cuatro binomios: Focalizar-dinamizar; (auto)-regular-dinamizar; focalizar-participar y (auto)-regular-participar.

			Dimensión individual	
			Focalizar	(Auto)-regular
Dimensión social	Dinamizar	Dinamiza	Respuestas recibidas / n° intervenciones	Si/ No plantea cuestiones Si/No Propone dilemas
		Es dinamizado	Respuestas dadas / n° intervenciones	Discrepa o concuerda ampliando
	Participar	Inicial	Cadenas (n° intervenciones)	Modelos de interacción (Byman et al. 2005)
		Medio	Cadenas (n° intervenciones)	
		Final	Cadenas (n° intervenciones)	

Cuadro 1. Variables de la dimensión individual y social del aprendizaje

En el binomio **focalizar-dinamizar** podemos distinguir entre “dinamizar” y “ser dinamizado” y lo hemos medido a través de dos razones. La correspondiente al “número de respuestas recibidas en relación al número total de intervenciones” (dinamiza) y la correspondiente a “las respuestas dadas a otros compañeros y el número total de intervenciones” (es dinamizado). El binomio **(auto)-regular-dinamizar** hace referencia al proceso de auto-regulación del aprendizaje que consiste en formular preguntas o dilemas a si mismo o a otros (dinamiza) o responder a las preguntas o dilemas formaulados por otros (es dinamizado).

El binomio **focalizar-participar** podemos identificar en qué temáticas han centrado su intervenciones -cadenas conversacionales- y en qué momentos -inicial, medio o final- lo han hecho.

El binomio **(auto)-regular-participar** se operativiza adaptando los modelos de interacción de Byman, Järvela & Häkkinen (2005)

*Etapa 1. Egocéntrico.* Los participantes presentan opiniones sin tener en cuenta las opiniones de otros estudiantes que pueden haber interpretado la misma situación de manera diferente o bien inician la conversación. En este tipo de participación la “conversación electrónica” no progresa o permanece muy dispersa.

*Etapa 2. Perspectiva recíproca.* Los participantes tienen en cuenta las opiniones de los otros estudiantes que intervienen en la conversación. Consideran la conversación electrónica desde variados y diferentes puntos de vista, si bien opiniones posteriores a las suyas no las discuten o no las tiene en cuenta.

*Etapa 3. Perspectiva mutua.* Los participantes coordinan sus perspectivas con las de los otros. Comparten mutuamente sus argumentos y de esta manera se desarrolla la discusión. Algunos estudiantes pueden tener experiencias personales referentes al

tema mientras que otros toman parte en la discusión con posturas elaboradas y opiniones generales.

*Etapa 4. Perspectiva socio-simbólica.* Los participantes conceptualizan perspectivas simultáneamente en niveles más profundos y multidimensionales. El tema de la conversación por parte de todos los participantes se ve desde una perspectiva generalizadora.

En estos momentos pensamos que estas variables de análisis pueden aportarnos información sobre la relación entre la dimensión personal y la dimensión social del aprendizaje del conocimiento de didáctica de las matemáticas. Hemos empezado a probar la potencialidad de estas variables con la idea de refinar su definición operativa y determinar su coherencia conceptual con la manera de entender el aprendizaje como un proceso de reificación de ideas mientras se participa en la resolución de problemas profesionales relativos a la enseñanza de las matemáticas.

#### **4. Conclusión**

Nosotros pensamos que al finalizar estas investigaciones habremos cubierto un primer ciclo de investigación que habrá supuesto por una parte el diseño y elaboración de entornos de aprendizaje que tienen como objetivo que los estudiantes para maestro/profesor conceptualicen la enseñanza de las matemáticas y, por otra parte, nos habrá proporcionado conocimiento acerca de cómo los estudiantes para maestro/profesor/asesor construyen conocimiento sobre la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas.

#### **Reconocimiento.**

Este trabajo se inició con el proyecto I+D+i del Plan Nacional de investigación nº SEJ2004-05479 (2005-2007), continuó con el apoyo del proyecto precompetitivo GVPRE/2008/364 de la Generalitat Valenciana (2008), y continúa con el proyecto I+D+i del Plan Nacional de Investigación, EDU2008-04583 (2009-2011).

## Referencias

- Andriessen, L., Erkens, G., van de Laank, Peters, N. & Coirier, N. (2003). Argumentation as negotiation in electronic collaborative writing. En J. Andriessen, M. Baker, & D. Suthers (eds.) *Arguing to Learn: Confronting Cognition in Computers-Supported Collaborative Learning Environment* (pp. 79-115). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Byman, A., Järvelä, S. & Häkkinen, P. (2005). What is reciprocal understanding in virtual interaction?. *Instructional Science*, 33, 121-136.
- Callejo, M.L., Valls, J. y Llinares, S. (2007). "Interacción y análisis de la enseñanza. Aspectos claves en la construcción del conocimiento profesional", *Investigación en la Escuela*, vol. 61, pp. 5-21
- Callejo, M.L., Llinares, S. & Valls, J. (2008) Using video-case to learn to "notice" mathematics teaching in asynchronous discussion groups. In Figueras, O. & Sepúlveda, A. (Eds.). *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, and the XXX North American Chapter Vol. 1, pp.233-240. Morelia, Michoacán, México: PME.
- Cobo, P. & Fortuny, J.M. (2000). Social interactions and cognitive affects in context of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 115-140.
- Derry, Sh., Gance, S., Gance. L. & Schlager, M. (2000). Toward Assessment of Knowledge-Building Practices in Technology-Mediated Work Group Interactions. En S. Lajoie (ed.) *Computers as cognitive tools. No more walls. Vol. 2.* (pp. 29-68). Mahwal: Lawrence Erlbaum Associates.
- García, M., Sánchez, V., Escudero, I. & Llinares, S. (2006).The dialectic relationship between research and practice in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 109-128.
- Greeno, J. & the Middle School Mathematics Through Applications Project Group (1998). The Situativity of Knowing, Learning and Research. *American Psychologist*, 53(1),January, 5-26.
- Hiebert, J., Morris, A., Berk, D. & Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, 58(1), January/February, 47-61.
- Kumpulainen, K. & Mutanen, M. (2000). Mapping the dynamics of peer group interactions: A Method of analysis of socially shared learning processes. En H. Cowie & Van der Aalsvoort (eds.), *Social interaction in learning and instruction. The meaning of discourse for the construction of knowledge* (pp. 144- 160). Amsterdam: Pergamon-EARLI.
- Lin, P. (2005). Using research-based video-cases to help pre-service primary teachers conceptualize a contemporary view of mathematics teaching. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 3, 351-377.
- Llinares, S. (2004). Building virtual learning communities and the learning of mathematics teacher student. En M. Niss et al. (ed.) *Proceedings of the ICME-10*. Copenhagen: Dinamarca.
- Llinares, S. & Krainer, K. (2006). Mathematics (student) Teachers and Teacher Educators as Learners. En A. Gutierrez & P. Boero (eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future.* (pp.429-460). Rotterdam: Sense Publishers.
- Llinares, S. & Olivero, F. (2008). Virtual communities and networks of prospective mathematics teachers: Technologies , Interactions and New forms of discourse. En K. Krainer, & T. Wood (eds.). *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Vol. 3. Participants in Mathematics Teacher Education*, 155-179. Taipei: Sense Publishers
- Llinares, S. & Valls, J. (2007). The building of preservice primary teachers' knowledge of mathematics teaching. Interaction and online video case studies. *Instructional Science*, DOI: 10.1007/s11251-007-9043-4.



- Llinares, S., Valls, J. y Roig, A.I. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, 20(3)
- Masingila, J.O. & Doerr, H.M. (2002). Understanding pre-service teachers' emerging practices through their analyses of a multimedia case study of practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(3), 235-263.
- Morris, A. K. (2006). Assessing pre-service teachers' skills for analyzing teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 471-505.
- Pea, R. (2006). Video-as-Data and Digital Video Manipulation Techniques for Transforming Learning Science Research, Education and Other Cultural Practices. In J. Weiss, J. Nolan, Hunsinger, J. & P. Trifonas (Eds.) *The International Handbook of Virtual Learning Environments*, Volume II. (pp. 1321-1394). Netherland: Springer.
- Penalva, C., Escudero, I. y Barba, D. (eds.) (2006). *Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización en la formación del profesorado de Matemáticas. Construyendo comunidades de práctica*. Granada: Proyecto SUR.
- Rey, C., Penalva, C. y Llinares, S. (2007). Aprendizaje colaborativo y formación de asesores en matemáticas: Análisis de un caso. *Cuadrante*, vol. XV, pp. 95-120.
- Schrire, S. (2006). Knowledge building in asynchronous discussion groups: Going beyond quantitative analysis. *Computers & Education*, 46, 49-70.
- Simon, M. (2000). Research on the development of mathematics Teachers: The teacher development experiment. En A. Kelly y R. Lesh (eds.) *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*. Mahawah, NJ: Lawrence Erlbaum Assoc. Pubs.
- Sherin, M.G. (2004) New perspectives on the role of video in teacher education. En J. Brophy (ed.), *Using video in teacher education* (p.1-28). Oxford:Elsevier Ltd.
- Shulman, L. & Shulman, J. (2004). How and what teacher learn: a shifting perspective. *Journal of Curriculum Studies*, 36(2), 257-271.
- Valls, J., Llinares, S. y Callejo, M.L. (2006). Video-clips y análisis de la enseñanza. Construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas. En Penalva, C., Escudero, I. y Barba, D. (eds.) (2006). *Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización en la formación del profesorado de Matemáticas. Construyendo comunidades de práctica*. (pp. 25-48). Granada: Proyecto SUR.
- Valls, J., Callejo, L. & Llinares, S. (2008). Dialectica en el diseño de materiales curriculares y entornos de aprendizaje para estudiantes para maestro en el área de Didáctica de la matemática. *Revista Publicaciones*, nº 36,
- Weinberger, A. & Fisher, F. (2006). A framework to analyze argumentative knowledge construction in computer-supported collaborative learning. *Computers & Education*, 46, 71-95.
- Wells, G. (2002, 2º ed.). *Dialogic Inquiry. Toward a sociocultural Practice and Theory of Education*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning, and identity*. Cambridge: Cambridge University Press.