



### 5.3. Activitat 8. Constatació de posicionaments i apreciacions professionals. Activitat d'elaboració i síntesi.

#### Descripció de l'activitat

L'activitat que s'analitza és un document escrit amb format d'article que recull l'opinió personal de l'estudiant de mestre sobre una colla d'aspectes relacionats amb l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques a nivell escolar. El document ha de basar-se en el posicionament personal sobre les raons d'ensenyar matemàtiques, el procés d'aprenentatge i l'enfoc del seu ensenyament i el paper de l mestre/a.

Prèviament a la elaboració individual del document es duen a terme una sèrie de tasques preparatòries. Es fixen quatre nuclis de discussió, cadascun d'ells acompanyat d'articles a llegir i un guió de discussió que proposa qüestions al voltant del tema plantejat. Els quatre nuclis són:

*Nucli I: Per a què ensenyar matemàtiques?. Matemàtiques i societat.*

*Nucli II: Com s'aprenen les matemàtiques.*

*Nucli III: Com ensenyar matemàtiques.*

*Nucli IV: L'activitat matemàtica a l'escola. El paper del mestre/a.*

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Un exemple de lectures i guió de discussió ha estat el següent :

### **NUCLI III: CÒM ENSENYAR MATEMÀTIQUES.**

#### *Documents*

1. Alsina, C i d'altres. *Ensenyar matemàtiques*. Graó. Capítol 3.
2. Treffers. *Los principios generales de la enseñanza y del aprendizaje*.

#### *Qüestionari :*

1. *Quins són els aspectes que cal tenir en compte a l'hora d'ensenyar mates?*
2. *Per què es recorda molt més el que s'ha descobert personalment que les explicacions?*
3. *L'aprenentatge per imitació limita la capacitat de ser flexible (adaptar-se als canvis), com es pot justificar?*
4. *Desavantatges d'explicar mates explicant o exposant els conceptes o relacions.*
5. *Quina és la importància de l'ús de materials manipulatius en l'ensenyament de la matemàtica a nivells elementals?*
6. *Què vol dir i per què es fa l'ensenyament en espiral?*
7. *Avantatges i inconvenients de distribuir els continguts per blocs (nombres, geometria, ..) o de manera periòdica (de tot en períodes setmanals o quizenals).*
8. *Còm influeix el còm s'ha après una cosa en l'ús que se'n fa?*
9. *Còm es te en compte en una programació el fet que els conceptes matemàtics no s'aprenen d'un cop?*
10. *Quins factors cal tenir en compte al distribuir els continguts de l'etapa Primària durant els 6 cursos?*
11. *Acció, reflexió, comunicació són trets característics d'un enfoc constructivista de l'ensenyament de les mates, com s'han d'entendre?*
12. *Què es considera una seqüència correcta?*
13. *Còm afavorir la integració del coneixement matemàtic?*
14. *Còm es pot desenvolupar la creativitat matemàtica?*
15. *De quina manera influeix la comunicació en l'aprenentatge de les matemàtiques?*
16. *Tipus d'activitats matemàtiques (segons diversos criteris).*
17. *Defectes i virtuts de cada enfoc didàctic de l'educació matemàtica?*
18. *Còm tractar els errors d'aprenentatge?*

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Cada nucli es tracta setmanalment. Per cada nucli, es dona als alumnes: indicacions del treball previ a fer (veure un exemple al quadre següent)..

*De manera més detallada les activitats a fer són:*

- a) Lectura de cada document. Seleccionar les idees clau. Extraure el vocabulari nou. Anotar els dubtes de comprensió del contingut. Pensar exemples concrets per les idees importants. Anotar els desacords amb afirmacions que faci el document i les justificacions que es pensin. Pensar preguntes que es podrien plantejar per enriquir la discussió col·lectiva.*
- b) Lectura del qüestionari de discussió del nucli .Pensar respostes per fer aportacions a la sessió col·lectiva..*
- c) Participar en la discussió col·lectiva (es valorarà les aportacions d'opinió,de preguntes noves,exemples que concretin les propostes generals,...).*
- d) Resumir les idees més importants que s'hagin exposat durant la discussió.*
- e) Després de totes les sessions cal redactar un document personal que globalitzi tots els temes (veure instruccions més detallades al final del dossier).*

Després del treball i discussió corresponent a la lectura dels articles, es dona un temps per a redactar un informe, amb les orientacions que es descriuen a continuació.

*DOCUMENT FINAL A ENTREGAR. Continguts i característiques*

*Tenint en compte els continguts dels articles i llibres treballats, les sessions de discussió col·lectives i la reflexió personal sobre tot plegat, elaborar un document-opinió sobre les temàtiques tractades. L'extensió màxima serà de 5 planes (impreses a doble espai i lletra 12 o 14).*

*Es important la coherència global del document,no cal dividir-lo en els 4 apartats de discussió.*

*Se li pot donar forma d'article, com per publicar-lo en una revista de didàctica de la matemàtica o d'educació en general. Posar-li un títol adient.*

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

Cal dir que alguns articles no eren nous, sinó que havien estat recomanats com a lectures en relació a d'altres temes.

### **Consideracions sobre la Trajectòria hipotètica de l'activitat.**

L'objectiu d'aquesta activitat era determinar quins coneixements de tipus didàctic i professional mostraven els alumnes i també quin era el posicionament davant l'ensenyament i de l'aprenentatge de les matemàtiques en un moment força avançat del curs. El més important en el treball amb els articles ha estat assegurar-ne la comprensió i extreure les idees principals. En relació amb els guions, que eren oberts, no es pretenia seguir cap ordre i tampoc exhaurir totes les qüestions plantejades.

### **Anàlisi retrospectiva**

En base a les observacions i dades obtingudes del treball dels alumnes, reconeixem el següent:

**Resultat 5.3.1. Tant els temes centrals com els aspectes més valorats són diferents. En totes tres persones es reconeixen els elements claus de les lectures: paper de les matemàtiques, procés d'ensenyament - aprenentatge i societat.**

El títol i el desenvolupament del treball d'Ester suggereixen la importància que ella dona a l'adquisició de la **consciència sobre les pròpies posicions** pel que fa als ensenyants. Focalitza les creences en dos aspectes: les creences dels mestres sobre el paper de les **matemàtiques** en la **formació** de les persones i en el paper que juguen els elements **socials i polítics**. En el primer cas considera la influència

Set 99	Oct 99	Nov 99	Des 99	Feb 00	Març 00	Abril 00	Maig 00
--------	--------	--------	--------	--------	---------	----------	---------

### 3. Ensenyar Matemàtiques en l'etapa 6-12

(extractes del llibre: [C. Alsina et altri \(1995\). Ensenyar Matemàtiques, Graó, Barcelona](#))

#### 3.3. Què cal fer.

El/la mestre/a és qui pren les decisions finals pel que fa a l'aplicació del Currículum. Naturalment una part de les decisions que afecten la seva feina han estat preses per l'Administració i una altra ha estat consensuada a nivell de centre, etapa o cicle amb la seva participació. Però per poder arribar a assolir les finalitats de l'aprenentatge de la matemàtica descrites en apartats anteriors i que contribueixen a la formació integral del ciutadà d'avui i del futur proper no n'hi ha prou de fixar el *què* ensenyar doncs el missatge principal es transmet amb la metodologia emprada. No hi ha cap corrent psicològic que expliqui tots els aspectes de l'aprenentatge ni cap escola pedagògica que resolgui la majoria de problemes de l'ensenyament, especialment en el cas de les matemàtiques.

Les posicions actuals basades en el constructivisme, encara que no resolen totes les qüestions, ens porten cap a *un aprenentatge basat en l'acció, la reflexió i la comunicació, connectat amb la realitat, amb la intenció que els coneixements siguin aplicats de manera crítica i flexible* i que es promou des de l'interacció entre alumnes i entre alumnes i professors. Per facilitar tot això cal que l'opció metodològica triada compleixi una colla de condicions que l'experiència i la investigació educativa han mostrat com afavoridores de l'adquisició de les capacitats desitjades.

En la tria de continguts ja s'hi reflexa l'orientació que es vol donar als processos d'ensenyament-aprenentatge. Tot i que en el Currículum oficial ja es fixen els blocs de continguts, en l'elaboració del Projecte Curricular de Centre s'ha de produir la necessària adaptació dels mateixos a les necessitats dels alumnes del centre. Això implica una selecció prèvia que el/la mestre/a ha d'acabar d'adaptar segons siguin les condicions de l'entorn i dels seus alumnes. De primer cal tenir en compte els coneixements culturals de l'alumne per utilitzar-los com a punt de partida, doncs no

tenen els mateixos coneixements previs alumnes de la Garrotxa que de Sabadell. En certs ambients hi ha sabers que s'aprenen a casa i al carrer, posem per cas la mesura del temps que als nens de ciutats es més lenta i difícil que pels nens d'ambients rurals.

Les tries de continguts tenen data de caducitat, els continguts s'han d'adaptar als temps, fins i tot anticipar-s'hi. La renovació ha de respondre tant a les necessitats socials com ajustar-se al desenvolupament personal dels alumnes. Sistemes de numeració en diverses bases, quocients amb decimals, algorismes del mcd i mcm han desaparegut per diversos motius. La probabilitat, els procediments estadístics, la resolució de problemes, etc. es potencien per necessitat social i de formació personal. La tradició pesa excessivament, tendim a ensenyar el que hem après nosaltres o el que ens agrada.

També els avenços tecnològics, quan ja són a l'abast de tothom, podem facilitar el tractament de continguts que d'altra manera serien molt difícils. No podem ignorar-los, al contrari hem d'usar-los sistemàticament per desenvolupar conceptes i tècniques. Calculadores, vídeos, transparències i ordinadors poden facilitar l'aprenentatge de conceptes necessaris en l'actualitat.

Els continguts han de ser adients a les possibilitats de comprensió dels alumnes. La inèrcia de la tradició, l'opinió dels pares,... no han de forçar la inclusió de conceptes o procediments que no s'ajusten a les possibilitats dels alumnes. Més encara quan hi ha d'altres alternatives que permeten arribar als mateixos objectius. Per què restar d'una manera que costa molt d'entendre si n'hi ha una altra que serveix igual?

Un problema que ja fa temps que dura i no té cara de desaparèixer és la necessitat d'alguns centres o grups-classe de fixar els continguts mínims que han de dominar els alumnes. Aquesta és una qüestió molt delicada i que ocasiona conflictes en el medi escolar. La solució ara no ha de ser la tria de continguts rutinaris, el que cal és afavorir la comprensió i la capacitat d'aplicació dels conceptes i procediments essencials. I, encara més, si s'ha de prioritzar alguna cosa han de ser els procediments més generals com l'observació, la relació, l'estimació, el llenguatge i la resolució de

problemes.

Les aules no són uniformes ni ho seràn. Hem de fer les mateixes matemàtiques per a tots o matemàtiques adaptades a cadascún dels alumnes?. Es tracta d'igualtat d'oportunitats o d'oportunitats per a tots?. Estem parlant de resultats finals o d'itineraris?. La referència comú haurien de ser els objectius generals, propostes de treball obertes i flexibles permetran un treball a diversos nivells sense lesionar l'autoestima dels alumnes. La diversitat és un fet a acceptar d'entrada, només cal plantejar-se minimitzar els continguts davant de fortes dificultats, en altre cas cal procurar que tothom avanci en el sentit de creixement personal, autonomia i funcionalitat del que aprèn.

Un altre aspecte que condiciona la tria, en quantitat i qualitat, és el temps disponible. Hi ha d'haver una relació correcta entre el temps dedicat i els continguts fixats. Però a l'Etapa Primària on un mateix mestre/a està al càrrec de gairebé totes les àrees, la qüestió del temps té una altra perspectiva. Els llistats de procediments, conceptes i actitud estàn estretament relacionats entre tots tres tipus. A més els blocs de conceptes també ho estàn entre ells, nombres i mesura, mesura i geometria, geometria i estadística,... Moltes situacions tenen una doble lectura, des d'un punt de vista geomètric però també aritmètic. Si el treball a l'aula té com a base l'activitat dels alumnes i, per tant, es concedeix la importància que tenen als procediments el temps juga a favor. Per què?. Doncs perquè es produeixen reals aprenentatges que perduren molt més que lliçons ben explicades i memoritzades. Sembla mentida que davant de fracassos repetits com ara fer desenes i desenes de multiplicacions de 3er a 6è portin al fracàs de la resolució de problemes de multiplicar. I el mateix es podria dir de d'altres temes. A més d'establir relacions entre els continguts, la forma d'organitzar el treball a classe té efectes sobre el temps de que es disposa per fer matemàtiques. Si em passo tota l'hora de classe explicant i proposo exercicis per fer a casa, que l'endemà corregirem a la pissarra ben ràpidament perquè he de tornar a explicar, el més important passa a casa quan jo no hi sóc!. No puc animar, fer suggeriments que

incentivin el treball, no puc aclarir dubtes, no sé el que provoca dificultats,... Això provoca que no pugui corregir a temps l'itinerari que m'he marcat.

Sovint s'inclouen conceptes en els programes perquè s'ha trobat una situació senzilla que sembla portar a un concepte. Partir un objecte en parts iguals provoca una aproximació al concepte de fracció però no es suficient per formar-lo. Molts nens i nenes no creuen que es pugui tenir  $1/3$  sinó s'ha partit en tres parts iguals de manera efectiva. El concepte de fracció admet molts significats, quan en un llistat s'inclou un concepte s'ha d'especificar quina aproximació al concepte es treballarà.

També es precis triar els continguts d'alta potencialitat, doncs el temps i el coneixement global que s'espera dels alumnes és limitat i no podem sobrepassar-nos per raons psicològiques de pressió sobre els nens. Ho entendrem en dos sentits, continguts que es relacionin en sentit matemàtic amb molts d'altres i que siguin essencials per desenvolupar-los, o bé continguts que siguin facilitadors de l'aprenentatge d'altres en un sentit psicològic o didàctic. D'entre els primers tenim la descomposició dels nombres, el producte, la recollida d'informació,... Del segon grup els procediments i en particular el càlcul mental. Tant la memorització de resultats d'operacions amb nombres senzills, com la descoberta i aplicació d'estratègies per operar, l'estimació, l'arrodoniment,... potencien l'adquisició del sentit numèric, la comprensió de les operacions i les seves propietats, la presa de decisions, la planificació d'estratègies i d'altres coneixements.

*Triats els continguts s'han de seqüenciar, detallant-los a nivell matemàtic i psicològic, i distribuir-los entre els tres cicles.* Per elaborar aquesta proposta a nivell d'escola s'ha de tenir en compte el nivell de desenvolupament dels alumnes perquè això condiciona el temps que necessiten per a construir els significats a partir d'explorar, d'investigar, poder discutir les idees i expressar-les de manera clara i progressivament més acurada. I cal tenir en compte que el temps d'adquisició dels procediments és molt més llarg que el dels conceptes. També s'ha de comptar amb el desenvolupament cíclic dels temes al llarg de l'etapa per assegurar-ne l'adquisició. La distribució ha d'equilibrar conceptes amb procediments i ha de contemplar la inclusió



de tots els blocs de conceptes. No es pot deixar l'estadística pel cicle superior ni la resolució de problemes per final de curs. Finalment l'avanç dels blocs no ha d'interferir amb d'altres àrees.

Un tema essencial es el model concret d'aprenentatge dels conceptes matemàtics que serveixi de referència. Cal partir del concret -material didàctic, contextos reals, jocs- arribant a establir relacions entre les observacions realitzades per poder arribar als conceptes. La seva expressió oral, gràfica i simbòlica s'ha de treballar a partir de situacions concretes que, a més, permetin recercar propietats. S'ha de facilitar que en les activitats per introduir temes nous els alumnes puguin aplicar les matemàtiques que ja saben. És molt corrent el desconcert dels alumnes davant d'un tema nou perquè no amplia res que s'hagi treballat abans i sempre els hi sembla que comencen des de zero. La descoberta de regularitats o de patrons que es repeteixin permet fer raonaments de tipus inductiu, fer hipòtesi o conjetures i comprovar-les experimentalment. Tot plegat contribueix a crear a l'aula un clima d'aprenentatge, és a dir, de curiositat, d'apertura i d'espontaneïtat que a part de ser altament productiu de coneixement és molt motivador.

A la fi, el que cal es proporcionar a l'alumne oportunitats reals d'aprendre procurant una programació adient i posant els recursos docents imprescindibles fent que l'atmosfera de l'aula sigui positiva.

L'anterior es pot completar amb unes certes actituds, valors i normes del mestre que afavoriran l'assoliment d'aquestes finalitats. La primera, i essencial, es no tenir pressa. No s'ha de cercar aprenentatges ràpids que després s'obliden ràpidament, els procediments són l'element més important en l'autoaprenentatge present i futur de l'alumne, i cal temps per aprendre'ls i convertir-los en una norma de conducta. Pel que fa als conceptes només una adequada comprensió possibilita la seva aplicació. La segona, una voluntat explícita de valoració de la comunicació dels alumnes entre ells i amb el mestre. Per saber que pensen, en que erren i per aprendre a sintetitzar les seves idees els cal ocasions de pràctica, no escrita, on puguin millorar la comprensió dels conceptes. Els alumnes es senten motivats per fer conjetures i raonar-les, el que els

porta a valorar el que fan els altres potenciant la reflexió crítica prèvia a la resolució, anticipant problemes i conseqüències de les idees expressades. Per això, s'ha d'anar en compte en no jutjar continuament les seves idees i frustrar les participacions en futures discussions. Per altra banda aquesta és una manera d'arribar a representacions matemàtiques diverses dels conceptes i donar sentit als canvis de representació o a l'elecció de la més adient per resoldre o explicar una situació. I la tercera, tenir confiança en les possibilitats d'aprenentatge dels seus alumnes i en la pròpia capacitat de fer estimar les matemàtiques des de la comprensió i la flexibilitat.

Hem d'advertir però que tot l'anterior s'ha d'aplicar també a l'avaluació que només és un factor en tot el procés d'aprenentatge i s'ha de regir per les mateixes regles que aquest. L'alumne ha de ser conscient del que sap, no només del que no ha après. Dels errors n'ha d'aprendre a treure'n profit no com a ensenyança moral sinó matemàtica!. Ha d'arribar un moment en que pugui determinar si el que ha resolt està bé o malament sense el dictamen del mestre.

L'experiència en l'ensenyament de les matemàtiques a Primària posa de relleu una colla de dificultats que es tradueixen en errors que persisteixen molt de temps i que dificulten aprenentatges posteriors. Es bó conèixer-les per endavant per posar els mitjans necessaris per superar-les o per apaivagar-ne els efectes negatius. No es possible fer aquí una descripció minuciosa, que per altra banda donaria la imatge que tot són dificultats i ningú aprèn res, quan només alguns d'elles són molt comunes. Tampoc cal esmentar aquells que es vencen fàcilment durant el procés d'aprenentatge.

### **Què és el que no val?**

Més que un llistat de coses prohibides volem advertir de les que, de manera comprovada, dificulten l'assoliment dels objectius assenyalats per aquesta etapa en l'àrea de matemàtiques. Sovint els problemes es produeixen per abús, per manca o per mala interpretació del model d'ensenyament o d'aprenentatge triats o del currículum.

No val dedicar-se exclusivament a l'aritmètica. Tot i ser un dels blocs

fonamentals, no és l'únic que proporciona coneixements necessaris per desenvolupar la capacitat matemàtica. La geometria entesa com a mètode de representar i organitzar les experiències espacials es el cas corresponent de mancança. Es fa, a més, una interpretació tan restrictiva de l'aritmètica que en la mesura, l'estadística i la probabilitat no es reconeix el paper dels coneixements numèrics. I s'arriba al contrasentit de voler fer entendre conceptes aritmètics fent servir models geomètrics. En altres casos la mesura s'interpreta exclusivament com a canvis d'unitat i operacions sense assegurar la comprensió de la magnitud ni el concepte de mesurar.

**No val abusar del càlcul escrit sense context i fet sempre de la mateixa manera.**

En molts casos els alumnes es veuen incapaços de reflexionar sobre situacions noves perquè no es veuen en cor de fer ni els càlculs mentals més senzills, per exemple en problemes o en la presentació de conceptes nous com la divisibilitat en que divisions ben senzilles donen les pistes dels conceptes de múltiple i divisor. A part d'avorrit, fer llistes casi infinites de divisions (o altri) no dona gairebé cap més coneixement que la rutina de la pròpia operació, molts alumnes ni es miren el que dona i la prova es una altra pesadilla en lloc de servir per interpretar la multiplicació com a inversa de la divisió.

**No val utilitzar els problemes només per avaluar, amb la pretensió que els alumnes demostrin el que han après d'una operació.** Especialment negatiu es fer un plantejament algorísmic de l'operació i al final voler que els alumnes resolguin problemes per demostrar que entenen els seus possibles significats.

**No val proposar problemes sense mostrar estratègies i mètodes de resolució.**

Cada cop que s'ha de resoldre un problema, l'alumne es troba indefens, sense saber què pot fer per començar. Arriba a pensar que no val per això i que, per tant no es intel·ligent.

**No val reduir el currículum treient els temes que no tinc clars o els costen als alumnes.** Durant molts anys no s'ha fet geometria, estadística ni probabilitat argumentant que els estudiants d'aquestes edats no poden entendre'ls. En el cas de la geometria les dificultats apareixen per un plantejament deductiu, es a dir, començar

per punt, recta, semirrecta, segment, etc. Es com si per estudiar un animal haguéssim de començar per l'estudi dels teixits, les cèl·lules i encara més dels àtoms! La captació de les formes i la seva anàlisi no precisa del coneixement previ del segment, angle, etc., és més es pot arribar a aquests conceptes a partir de l'estudi de figures ben diverses. Pel que fa als temes que el mestre no domina, sempre hi ha maneres de reciclar-se.

**No val prescindir de l'ús de materials didàctics per creure que imatges o símbols a la pissarra o en els fulls valen pel mateix.** L'ús de materials només crea enrenou si se'ls treu esporàdicament, els alumnes creuen que es tracta d'un joc per passar-s'ho bé i no hi posen l'atenció suficient per treure'n el profit buscat. Davant d'això molts mestres abandonen argumentant la inutilitat del seu ús. Només un ús sistemàtic fa adonar del seu valor com a iniciadors de reflexions abstractes. Per altra banda, la substitució del material per dibuixos impedeix la interacció dels alumnes amb el material per treure més informació. Per un alumne de 8-9 anys l'impacte de veure mil mongetes seques en front de deu i de cent, per tal de relacionar decenes, centes i milers no es pot substituir per fer dibuixos simbòlics on un símbol val per 10, 100 o 1000 segons el color que té. La grandària relativa dels nombres que es vol ensenyar es usada per mostrar-la, es a dir, el peix que s mossega la cua.

**No val creure que els conceptes matemàtics s'adquireixen completament en un moment donat.** Per arribar al domini d'un concepte matemàtic cal molt temps, i s'hi arriba per aproximacions successives que permeten usar-lo en determinats casos però que no fan apreciar-ne l'abast complet. Posem per cas el de multiplicació de nombres naturals que s'inicia al cicle mitjà i que no s'acaba d'assolir fins al final de la Secundària Obligatòria. Això no vol dir que no s'hagi de treballar fins als 15 o 16 anys, sinó que la consciència de la seva dificultat ens ha de fer tornar-hi cada curs intentant ampliar-ne el significat fins a obtenir el resultat desitjat. A més, aquest fet influeix en els altres conceptes que es troben relacionats amb aquest, com divisió, divisibilitat, decimals, fraccions, proporcionalitat, combinatòria,... Un currículum cíclic no es un currículum repetitiu, el tornar a treballar els conceptes per enriquir-los,

aplicar-los i relacionar-los no és el mateix que es dona al mot repàs.

No val fer sempre el mateix tipus d'activitats per creure que els alumnes es senten així més segurs. Es cert que els nens i les nenes d'aquesta etapa són molt conservadors, es a dir, allò que els agrada ho volen repetir fins al cansament, dels altres clar!. Per tothom es alentador iniciar una tasca amb la seguretat que se'n sortirà però l'autoconfiança no prové exclusivament del fet que ja es coneix el que es va a fer. Com ja s'ha dit ja d'altres maneres de fer-ho molt més positives per a la formació dels alumnes.

No val queixar-se que no saben treballar en grup especialment sinó s'ha ensenyat a fer-ho. Com tot el que es important en quan a procediments de treball, no s'aprèn per posar-ho en pràctica un o dos cops a l'any. El treball en grup es avantatjós en diversos aspectes respecte al treball individual, comunicar les idees, fer un esforç per entendre les dels altres, justificar arguments, millorar idees dels altres, organitzar el treball, etc. són valors als que no es pot renunciar. Són tots ells potenciadors dels aprenentatges i, a més, d'alt contingut socialitzador.

No cal posar en comú les feines realitzades com a mètode de completar coneixements. És a dir, si aquesta posta en comú té com a objectiu igualar els coneixements dels alumnes després de realitzar una activitat, hem de ser conscients que no ho aconseguirem. Hi ha dos casos clars, les feines realitzades a casa o d'una manera estrictament individual i les activitats obertes. Pels alumnes amb dificultats no es pot substituir un aprenentatge personal per una comunicació per part dels companys de resultats inimaginables per ell. Per altra cantó es desanima si veu que sempre el que ell aconsegueix es inferior al dels altres i acaba no volent fer les tasques per no quedar com a un fracassat. Això no vol dir que no haguin de propiciar les posades en comú, però no amb l'objectiu d'igualar coneixements.

I finalment, no val que s'avorreixin a classe de matemàtiques!

### **3.4. Procediments claus**

Així com en l'Etapa Infantil els procediments tenen un paper rellevant per sobre dels conceptes matemàtics, en l'Etapa Primària tenen una importància més parella amb aquests darrers. Per una banda són fonamentals per a possibilitar l'aprenentatge dels conceptes matemàtics, assegurant la seva comprensió, l'expressió i la posterior aplicació. I per l'altre fan possible que els alumnes vagin adquirint estratègies que els permetin enfrontar situacions noves cada cop de manera més eficaç i perseverant davant les dificultats que sorgeixin.

Hem de tenir ben present que un dels objectius essencials de l'aprenentatge de les matemàtiques es afavorir una autogestió progressiva del mateix. És a dir, l'alumne/a ha d'arribar a un grau de maduresa de la seva capacitat matemàtica que el permeti aplicar de la manera més creativa i crítica possible les matemàtiques apreses i, al mateix temps, ser capaç de decidir el grau d'encert de les solucions obtingudes.

Un dels símptomes de l'èxit es la capacitat de dirigir les seves tasques, prenent decisions raonades i analitzant els resultats, sense la necessitat de que el/la mestre/a doni la seva conformitat. Es clar que aquesta capacitat es d'un nivell qualitativament alt i no s'aconsegueix en poc temps ni només des d'una àrea.

La majoria dels procediments de l'àrea matemàtica són genèrics, es a dir, aplicables a tots els blocs de continguts de fets, conceptes i sistemes conceptuals. El seu paper es també important en l'adquisició d'actituds favorables al treball matemàtic i que han de portar a valorar les matemàtiques com a eina útil i formadora.

A continuació descrivim cadascun dels mateixos.

#### • Observació.

Entendrem per observació el fet de fer atenció a un objecte o situació per obtenir-ne informació. Aquesta acció ens ha de permetre identificar la situació i descriure'n els elements, identificar els canvis produïts, relacionant les dades obtingudes amb d'altres experiències prèvies.

Es clar que per tot això cal intencionalitat i l'element clau es l'atenció. Suposant que els òrgans sensorials funcionin correctament i que l'ensenyant es capaç de tenir en compte el grau de maduresa funcional dels sentits dels seus alumnes a l'hora de presentar les situacions d'aprenentatge, que més es pot fer per lograr l'atenció dels estudiants?

En primer lloc cal provocar el seu interès o bé lograr que tinguin voluntat per conèixer. L'interès es important per a l'observació atès que pot produir en l'alumne la voluntat d'atendre. Per tant cal proposar situacions que tinguin interès i que, a més, siguin abastables. Com ara la realitat més propera i materials manipulables i visuals.

En segon lloc cal que sàpiguen què s'ha de fer per estar atent. Segons Granderie (1990) per estar atent cal formar-se imatges del que s'està percebent mentre tant dura la percepció. Aleshores serà convenient que el/la mestre/a digui als seus alumnes que mirin o escoltin amb el propòsit de tornar a veure o escoltar l'objecte o la situació en imatges mentals o auditives. És evident que el llenguatge té un paper fonamental doncs completa el paper dels materials o les situacions visuals en la direcció de l'observació. Quan en presència de l'objecte observat l'alumne/a fa una descripció dels seus elements, dels canvis que s'han produït o bé el relaciona amb d'altres objectes s'estimula la capacitat de formació de la imatge visual mental amb la formació d'imatges auditives mentals.

La memòria està estretament lligada amb l'atenció doncs no es pot recordar el que no s'ha observat. I si no hi ha record de situacions no es possible establir relacions de les noves percepcions amb d'altres anteriors. Una manera de facilitar la memòria a més llarg plaç es reviure les situacions fent dibuixos o descripcions orals sense la presència de les mateixes.

El procediment d'observació es essencial en la construcció personal del coneixement matemàtic com ja s'ha descrit anteriorment.

Cal entendre'l, pel que fa a l'aprenentatge de les matemàtiques, com un procediment que admet diferents opcions. Per exemple, l'observació sense acció que consisteix en mirar o escoltar atentament en una situació determinada. Tenim també

l'observació amb acció lliure, on es produeix un contacte o intercanvi entre l'observador i la situació però sense una direcció externa, aquest és el cas del joc lliure. I el cas que més ens interessa aquí que es l'observació amb acció dirigida per l'ensenyant. En aquest darrer cas el mestre/a persegueix un objectiu d'aprenentatge més o menys definit i per tant provoca la recollida d'informació que té més relació amb el concepte que vol introduir. Aquesta direcció admet també diversos graus d'ajut, des d'un suggeriment inicial molt genèric fins un guiatge pas a pas i molt detallat.

- **Manipulació.**

Com a part important de l'observació i de l'experimentació tenim en la majoria de casos un procediment més simple que és la manipulació d'objectes. A l'inici de l'etapa Primària el desenvolupament motriu dels alumnes encara no s'ha completat i per tant el maneig de materials concrets té un doble paper, per una banda facilita la maduresa del tacte i la visió i per l'altra proporciona experiències concretes a partir de les que pot abstraure idees.

Els materials a utilitzar cobreixen una gamma molt ampla, des d'objectes quotidians passant per jocs fins a materials fets amb l'objectiu específic de facilitar l'aprenentatge de conceptes i relacions matemàtiques.

La manipulació lliure proporciona experiències molt valuoses de cara a l'aprenentatge de relacions quantitatives, mètriques i espacials però la majoria de vegades l'elaboració no passa d'estudis força primitius. Tot i amb materials dissenyats específicament per ajudar a desenvolupar conceptes matemàtics, es fa imprescindible la guia d'un adult, en aquest cas el mestre/a, per seguir avançant cap a estudis més abstractes. Això es veu molt clar en el cas de la geometria on les experiències diàries proporcionen coneixements que ens inicien en la percepció de les relacions espacials com ara conservació de l'àrea, del paral·lelisme, distàncies mínimes, etc però sense un estudi més aprofundit no són capaços de veure que l'àrea no es funció del perímetre, o



el volum de l'àrea. Molts adults que no han fet en prou feines geometria a l'escola creuen que un cilindre més alt té més volum que un altre força més ample però més baix.

La manipulació, com d'altres procediments d'aprenentatge de les matemàtiques, no es dona en estat pur. Es a dir, sempre es combina amb observació, comunicació, experimentació, resolució de problemes,... A més no es possible entrenar als alumnes en la manipulació com a mètode per l'adquisició d'informació sense dotar-los d'un esquema d'actuació que s'ha d'anar completant al llarg de l'etapa. De primer, el sol fet de donar-los-hi objectes provoca reaccions de curiositat que desencadenen l'acció dels nens fins arribar a un joc més o menys organitzat. Quan més abstracte es l'objecte, és a dir, més desprovist de significació clara (daus llisos de fusta, palets, abacs,...) més difícil es que arribin ràpidament a un joc estructurat. Quan d'un material es coneixen les característiques més evidents es pot començar a provocar la recerca de d'altres més complexes a partir de plantejar preguntes. Les qüestions més simples estan relacionades amb cadascun dels objectes que es tenen a l'abast intentant captar tots els seus elements, més endavant es poden seguir plantejant relacions entre els objectes que portin posteriorment a classificacions o ordenacions, o bé estudiant relacions entre els elements d'un únic objecte.

Posem per cas que es dona als alumnes una colla de caps. La manipulació lliure que consisteix habitualment en girar-les, obrir-les, tancar-les, apilar-les,... porta a coneixements por estructurats però d'interès com ara grandàries relatives (sense captar equivalències de volum), adonar-se de les arestes, a veure les que es queden estables en una posició o no (segons si hi ha cilindres), etc. A partir de plantejar propostes operatives concretes, com ara les posicions possibles damunt la taula es capten les primeres idees de cares, forma de les cares, nombre de cares, o també repassant les arestes amb els dits, com a límits de les cares, descobrir simultàniament els vèrtexs com a confluència de les arestes, etc. Quan el coneixement tàctil està prou avançat es poden plantejar qüestions de relació entre les diverses figures que es tradueixin en classificacions simples. El fet de separar en grups físicament els objectes es més que

una experiència tàctil doncs sembla provat que aquests tipus d'accions reforcen la memòria i per tant fan possible la comparació d'experiències noves amb d'altres anteriors. El descobriment de relacions entre els elements de cada capsula està fora en general de l'abast dels alumnes per si mateixos, cal per tant plantejar novament qüestions provocadores. Per exemple si les cares són o no iguals es comprovable a partir de desfer la capsula en les seves cares i comprovar-ho per superposició.

La capacitat de manipular objectes per treure'n informació s'ha d'anar desenvolupant al llarg de tota l'etapa doncs cada tipus de situació (numèrica, mètrica, geomètrica, probabilística,...) presenta força possibilitats. L'objectiu es que l'alumne/a n'hagi assajat les suficients per tal de poder abordar noves situacions.

A més no existeix cap material totalment idoni per treballar un o diversos conceptes. Per tant cal anar oferint diversos objectes i situacions per captar els elements fonamentals que configuren un concepte. Per exemple els blocs multibase són molt útils per a donar imatges espacials de la grandària relativa dels ordres de magnitud (queda clar que un cubet es molt més petit que una placa) però en canvi no van bé per a practicar l'algorisme de la resta amb retenció o l'algorisme de la divisió.

Per no desconcertar a l'alumnat oferint una diversitat molt gran de materials que amb prou feines es coneixen, el millor es fer una tria d'aquells que tenen més possibilitats (com ara els cubets encaixables que igual serveixen per numeració, per operativa, per mesura i per geometria).

Un perill en l'aplicació d'aquest procediment es tallar el procés que comença amb la manipulació sense arribar a la simbolització més o menys complexa.

Sempre que es realitzi una activitat que es basi en la manipulació s'ha de completar, com a mínim, amb l'expressió oral, gràfica o escrita del que s'ha trobat. És a dir, s'ha de completar el procés d'elaboració. Quan l'alumne es troba en el Cicle Mitjà o Superior ja ha de ser capaç d'arribar a l'expressió de relacions.

- **Experimentació.**

Cal entendre l'experimentació com un procediment que completa el d'observació.

La diferència fonamental radica que en aquest cas s'introdueixen voluntàriament canvis en la situació o objecte observats, tot estudiant els aspectes que queden invariants i els que es modifiquen, intentant relacionar les modificacions produïdes amb els canvis introduïts. L'experimentació precisa d'una estimació prèvia o predicció que també s'ha de convertir en un hàbit de treball. No confonguem experimentació amb investigació que comporta la recerca d'una solució a un problema plantejat. Cal reconèixer que a vegades és difícil distingir a nivell elemental els dos procediments.

Quan els alumnes estan experimentant amb un objecte o situació han d'anar aprenent a utilitzar la informació que se'n deriva dels errors o situacions no desitjades.

Un altre aspecte que es veu afavorit per l'adquisició d'aquest procediment és el procés de generalització a partir de situacions concretes.

**Exemple 1.** Cóm són els nombres múltiples de 2?

Podem començar pels nombres més petits i anar obtenint 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20,...

Observant la regularitat es poden donar regles generals. Comprovar la regla amb nombres molt grans pot portar al convenciment de que funciona. A nivell de Primària no es pot pretendre cap demostració.

Aquesta estratègia que conté elements de tempteig és molt important a la Secundària, és prèvia a la deducció o a la demostració.

• **Ús de llenguatges matemàtics.**

Aprendre matemàtiques és en gran part aprendre i utilitzar els seus llenguatges. En l'actualitat els llenguatges matemàtics es troben presents en gairebé tots els àmbits i ciències de coneixement. Per això el domini dels mateixos constitueix un saber

necessari a nivell quotidià.

Els llenguatges matemàtics estan constituïts de termes, gràfics, símbols i signes que tenen un ús polivalent. Aquest fet fa dels mateixos una eina potent però més difícil d'adquirir. Només cal recordar que 3 pot voler dir tres unitats, tres decenes, tres centenes,... segons la posició que ocupi en l'expressió d'una quantitat. El signe = és usat com a igual, dona per resultat, equival, és idèntic,... El signe + té diversos significats en les expressions següents:  $3+5$ ;  $1/2 + 1/5$ ;  $(-4)+(-8)$ .

Cada vegada que a un signe o a un símbol se li afegeix un nou significat, a part de la feina normal de donar-li contingut, s'haurà de treballar la relació del nou significat amb l'anterior. Per un alumne acostumat als significats de la suma amb nombres naturals li es difícil acostumar-se a la suma de fraccions amb reducció prèvia al comú denominador.

A més d'adquirir els diversos llenguatges cal ser capaç també d'establir connexions entre les diferents representacions dels conceptes matemàtics, es a dir, lligar objectes, gràfics, dibuixos, símbols i termes que estiguin associats pel seu significat matemàtic. Per ambdues coses cal seguir un procés correcte i complet que porti de les intuïcions fabricades a partir de les situacions concretes fins a la introducció i l'ús dels llenguatges.

Comunicar-se oralment amb els companys/es i el mestre/a, escriure les idees i les troballes de manera que puguin ser enteses pels altres alumnes, discutir les raons que es tenen per fer un problema d'una certa manera, descriure una experiència com un dibuix animat, expressar en un esquema les relacions entre diverses figures, arribar a millorar unes definicions fetes per d'altres companys, llegir contes o escriure'n,... són activitats a realitzar per poder adquirir un domini suficient de la comunicació mitjançant llenguatges matemàtics per transmetre o entendre conceptes i relacions matemàtiques.

Per introduir un terme, un símbol o un signe no cal esperar a que el concepte corresponent estigui adquirint però mai es transmetran, en aquesta etapa, conceptes per definició. Cal veure la necessitat i l'abast d'una relació per precisar un terme o

símbol per representar-la. Un excés prematur de llenguatge simbòlic dona la sensació que les matemàtiques són un coneixement críptic només a l'abast dels iniciats.

El terme (oral o escrit) o una representació gràfica d'un concepte són previs als símbols i signes. La coexistència de tots tres amb situacions adients ha de mantenir-se el temps que calgui (que a vegades es un curs o més). En cas contrari s'anirà repetint la situació de bons calculadors però que mai resolen un problema.

Tampoc es pot caure en usar el llenguatge geomètric per transmetre o raonar sobre idees aritmètiques o altri sense fer un treball sistemàtic sobre el mateix. Pels alumnes de primària allò de que "un dibuix val més que mil paraules" es ben incert, especialment si el dibuix té significats geomètrics no evidents. Posem per cas l'estudi de les fraccions usant polígons, de la propietat distributiva amb rectangles quadrículats, de les mesures de superfície quadrículant quadrats, etc. Cal també tenir present que alguns dels alumnes tenen més desenvolupades les capacitats d'aprenentatge de tipus verbal i per tant les imatges no els ajuden gens.

El llenguatge comú té un paper fonamental en l'aprenentatge de les matemàtiques. El poder descriure o explicar el que s'està fent en una activitat basada en la manipulació o en l'observació facilita l'abstracció i al mateix temps dona informació a l'ensenyant del grau de comprensió i de les dificultats d'aprenentatge dels seus alumnes.

També la comunicació d'activitats sobre materials o objectes sense la presència dels mateixos provoca la reflexió dels alumnes i permet millorar-ne la comprensió i, a més, facilita la memòria a més llarg plaç.

En les edats que ens ocupen aquesta comunicació ha de ser prioritàriament oral i progressivament gràfica i escrita.

El rigor en l'expressió matemàtica requereix comprensió tant dels conceptes com dels llenguatges i no es un objectiu prioritari en aquesta etapa.

- **Resolució de problemes.**

La resolució de problemes com a procediment té la finalitat d'aprendre

matemàtiques a partir de la investigació i també aplicar i connectar les matemàtiques que es coneixen.

En els dos sentits s'ha de treballar aquest procediment a l'etapa Primària, el que hauria de portar a veure les matemàtiques com un tot (no fragmentat en blocs o parts) i valorar la seva utilitat dins i fora de l'escola.

Davant les actituds tan negatives dels alumnes i dels sentiments de fracàs dels ensenyants cal fer una reflexió al voltant d'aquest aspecte essencial en l'aprenentatge de les matemàtiques i aplicar aquest procediment de manera que produeixi l'efecte desitjat.

Tots els alumnes poden aprendre mètodes per resoldre problemes. A partir de comunicar-los-hi estratègies generals cadascú en desenvoluparà de més personals i les enriquirà progressivament. Ningú no resoldrà tots els problemes, el que més importa es que tothom estigui disposat a fer-ho sense desesperar-se.

Tenir recursos per emprendre la resolució i reconèixer si la solució o solucions obtingudes són correctes, sense ajut del profe, és l'objectiu prioritari.

Els problemes, especialment els primers cursos, s'han d'extraure de la realitat quotidiana i progressivament es plantejaran en un context més matemàtic. S'ha d'anar amb compte en la interpretació que donem al terme realitat. El que un enunciat parli d'objectes o temes quotidians no el fa real, ni tampoc temes que no interessin per res als alumnes. Per exemple: La mare compra una cinta que fa 1 m i 5 cm. Quants decàmetres són?

En el llenguatge usual problema vol dir qüestió o dificultat a aclarir o a resoldre. Quan algú té un problema el porta al cap i li dona voltes sospesant possibles solucions i valorant les que s'obtenen. Hauríem de recuperar part d'aquest significat per l'activitat de resolució de problemes a l'escola. La qüestió que s'ha d'esbrinar ha de ser de l'interès d'algú i és dubtós que ningú vulgui saber moltes de les coses que es plantejen com a problemes als alumnes de Primària.

Els problemes a plantejar han de ser variats en la seva presentació, nombre de solucions, mètodes possibles de resolució i tipus de conceptes matemàtics que hi intervenen.

Pel que fa a la presentació pot sorgir dels propis alumnes o del mestre/a. En cas de fer-ho els primers acostuma a tenir forma de pregunta: Quant hauré de pagar per l'excursió?. Esbrinar les dades necessàries i planificar la resolució són els passos següents, i, naturalment, comprovar la coherència de la solució. Altres formes són donar les dades i plantejar les qüestions, que es fa habitualment com explicant una història: Portava 50 pts per comprar una llibreta i m'han sobrat 12 pts. Quant val la llibreta?. També és interessant plantejar una situació i preguntar quina informació se'n podria treure: Tinc 5 monedes de 100 pts i 8 de 50 pts. Els sobres de cromos valen 30 pts cadascú i els cassets 300 pts. Què puc esbrinar?-

Per completar es poden proposar sèries de resolucions i recercar problemes que es podrien resoldre a partir dels càlculs presentats: Com ara  $50 \times 2 = 100$ ,  $100 + 300 = 400$ . L'enunciat es pot inventar o l'alumne pot triar entre 4 o 5 que se li ofereixen. Una presentació menys convencional es a partir d'un joc, d'una notícia, d'una visita, etc.

Molts problemes no tenen una única solució, des de dues a una infinitat es donen tots els casos. De problemes amb diverses solucions, també anomenats oberts, convé introduir-ne des del principi. En cas contrari es dona en els alumnes el convenciment que tot problema té una única solució acceptable. En geometria apareixen sovint com els més interessants: Quins triangles tenen 16 cm de perímetre?. També en aritmètica: Amb 2 monedes de 5 pts i 3 de 25 pts, quines quantitats es poden pagar? I si ens poden tornar canvi?

Com a mètodes de resolució s'ha d'introduir l'ús de materials manipulatiu, el tempteig, l'elaboració de taules i llistes, els diagrames, la recerca de regularitats,... La introducció serà progressiva, en cap cas es forçarà l'ús d'un mètode determinat. Més aviat s'instarà a provar diversos mètodes per treure'n informació i així planificar la resolució. Més endavant i a partir de la discussió amb els companys es pot fer veure que un és més adient que un altre segons la situació.

Pel que fa als tipus de conceptes matemàtics que hi intervenen poden proposar problemes aritmètics, de mesura, geomètrics, estadístics, de probabilitat i de

raonament o lògics. A més totes les combinacions entre els anteriors. Els conceptes que hi intervenen han de ser abastables pels alumnes. Tant poden implicar conceptes treballats com conceptes nous. Hi ha factors coneguts que intervenen en el grau de dificultat de resolució del problema: el tipus de nombres, el significat del concepte implicat (a part dels mencionats anteriorment).

Problemes gairebé idèntics presenten dificultats molt diferents segons si s'usa nombres naturals, decimals o fraccions. També si les operacions implicades tenen significats encara no interioritzats pels alumnes, com ara resta amb significat de suma complementària (quant hi falta per arribar a les 18 pts si en té 5?). En aquest cas, per exemple, l'alumne resol el problema comptant però no ho identifica amb l'operació de restar.

Una altra dificultat important té a veure amb la connexió del llenguatge usual i el llenguatge matemàtic. La capacitat de traduir accions o situacions quotidianes o imaginàries a expressions matemàtiques té a veure amb la comprensió dels conceptes implicats (sumar, restar, multiplicar, dividir, igualar,...) però també amb l'estructura lingüística de l'enunciat del problema. Textos molt sintètics que acumulen molta informació en pocs termes, paraules del llenguatge comú encara no compreses, relació de les accions amb l'ordre en que estàn escrites,... fan difícil la comprensió de la informació. La voluntat de comprendre el text no es veu afavorida per l'interès que provoca la resolució del problema.

Es essencial que l'alumne als 12 anys sàpiga quins passos ha de fer per resoldre qualsevol problema.

En cas que es presenti en forma d'enunciat escrit, llegir-lo aclarint el significat de cada terme i explicar oralment, en llenguatge col·loquial, la situació que es descriu. Distingir entre allò que es conegut i el que és desconegut, organitzant la informació que el problema conté. Cas que es plantegi directament una qüestió (quants contenidors d'escombraries cal posar en cada carrer?) caldrà determinar on s'ha de recercar la informació necessària i quina és.

Després cal buscar relacions o condicions entre els valors coneguts i els



desconeguts. Això es pot facilitar fent una predicció i temptejant per ajustar-la.

Elaborar un pla de resolució a partir de les relacions establertes, resoldre i comprovar si els resultats són solucions adients a la situació plantejada. Cas que la comprovació sigui negativa, revisar tot el procés.

Per arribar a assolir tot plegat cal que el mestre/a potencii tots els aspectes implicats. Facilitarà la tasca el treball en grup, doncs la discussió entre els alumnes actua d'element motivador i al mateix temps de contrast entre els mètodes emprats. Els mateixos alumnes poden proposar problemes que els interessin resoldre, fet que resaltarà el paper de les matemàtiques en el coneixement de l'entorn.

### 3.5. Conceptes i fets.

Els continguts conceptuals inclosos en el Currículum corresponen als coneixements matemàtics que l'entorn social i cultural demanen als ciutadans actuals i d'un futur pròxim.

Pel que fa a numeració es pretén que es construeixin els nombres, s'arribi a comprendre el nostre sistema de numeració posicional incloent el concepte de grandària relativa dels nombres i, evidentment, es sigui capaç d'usar els nombres en situacions reals.

En el cas de les operacions amb nombres naturals s'ha d'elaborar els seus significats i ser capaçs d'aplicar-les a diverses situacions. Veure les operacions com un mètode de relacionar els nombres i com a eines per resoldre situacions concretes. a

Tot i que el currículum estableix prescriptivament els continguts conceptuals, ho fa a nivell molt general i són els objectius terminals que marquen el grau i tipus de domini que s'ha de tener sobre els continguts matemàtics. Ara bé, el centre escolar a l'elaborar el Projecte Curricular de Centre ha d'adaptar tot plegat per confegir un

projecte coherent. Aquesta adaptació precisa de criteris que no desvirtuin els objectius generals de l'àrea. Algunes consideracions a tenir en compte són les següents:

- Si partim dels coneixements previs dels alumnes han de tenir en compte que, com a persones, es troben en un ambient cultural concret.
- Els conceptes prescriuen en el sentit que la seva idoneïtat com a coneixement cultural bàsic canvia contínuament. Fins i tot es millor anticipar-se, la tradició pesa excessivament i també el que li "agrada" a l'ensenyant. Un factor de canvi són els avenços tecnològics (calculadores, ordinadors, vídeos, etc.).
- S'ha de triar els que són adients a les possibilitats de comprensió dels alumnes. La inèrcia de la tradició, l'opinió dels pares, etc. no ha de forçar la inclusió de conceptes que no són comprensibles.
- A l'hora de reduir continguts, cal tallar equilibradament i no suprimir tot en bloc (estadística, probabilitat i geometria han estat els més perjudicats). La comprensió dels conceptes essencials de cada bloc ha de ser prioritari en lloc de primer rutines de càlcul.
- Les seqüències conceptuals s'han d'adaptar als alumnes i no cal que siguin les mateixes per tots ells.
- La relació entre els blocs i un ús sistemàtic dels procediments optimitza el temps.
- Un concepte no es desenvolupa de cop, s'ha de tractar cíclicament i per tant cal decidir quin grau d'aproximació al mateix es fixa.
- Triar continguts que tinguin alta potencialitat, es a dir, que connectin amb altres i que siguin realment necessaris per desenvolupar-ne d'altres.

### **3.6. Actituds, valors i normes.**

A part de les actituds, valors i normes globals que no es troben lligades a cap àrea en concret com ara relatives a la comunicació, a l'organització del treball, al respecte i tolerància, a l'autonomia, a l'esperit crític, etc., n'hi ha que tenen relació encara més

directa amb les matemàtiques i que influeixen de manera capdal en la consecució dels objectius d'aquesta àrea.

Ens volem referir a l'actitud cap a les matemàtiques i també a la tendència a pensar i actuar des de les matemàtiques. Les dues coses no signifiquen el mateix, doncs el que a un alumne/a li agradin les matemàtiques no es tradueix sempre en una actuació de caire matemàtic. Per exemple, a un alumne li agrada molt fer càlcul escrit però és incapaç de fer una estimació prèvia del resultat o bé no admet una altra manera de resoldre'l.

L'actitud cap a les matemàtiques massa sovint evoluciona negativament en el transcurs d'aquesta etapa. Molt ens temem que un dels factors determinats del sentiment de fracàs dels estudiants es degut a un enfoc mancat d'encert per part dels ensenyants. Un alumne/a convençut que no es prou intel·ligent per fer matemàtiques es retreu i prefereix ésser tingut per poc treballador o desinteressat. Aquest subjecte es molt difícil que arribi a valorar les matemàtiques com a útils i divertides.

Els diversos ingredients que conformen l'actitud matemàtica s'han de reflexar en les activitats que realitza l'alumne/a. Tots els alumnes no arribaran a assolir el mateix nivells en tots aquests components però serà important que apareixin en tots ells en un grau suficient.

L'esperit d'interrogació, la curiositat i l'interès al fer matemàtiques, i per altra banda la perseverància per acabar les tasques estàn lligats al tipus d'activitats proposades.

Potenciar l'actitud de confiança en que pot resoldre problemes, explicar i justificar el que pensa es fa des de una valoració positiva per part del mestre/a dels errors com a font d'informació i no de càstig.

La flexibilitat es desenvolupa admetent i proposant mètodes alternatius de resolució de situacions, amb activitats obertes i interdisciplinars o reals i no volent una manera exacta i determinada de presentació i resolució dels problemes.

La norma de revisar la producció pròpia per tal de millorar-la pot desencadenar-se a partir del treball en grup o també de la reflexió en veu alta del que consideren que

han après aquell dia o setmana.

La realització d'activitats lligades amb la realitat proporciona l'ocasió de valorar les matemàtiques per estudiar l'entorn, i les activitats interdisciplinars fan veure que són un llenguatge universal.

### 3.7. Models d'ensenyament.

De la combinació d'activitats bàsiques que descriurem a continuació es poden obtenir activitats més completes que configuren dinàmiques d'aula facilitades dels aprenentatges matemàtics.

Per organitzar una programació a curt o a llarg plaç cal tenir en compte la qualitat de les activitats, la funció que compleixen i la freqüència amb que es fan. Una activitat positiva com és l'exposició del mestre es pot convertir en l'únic tipus d'obtenció d'informació, el que no ens permetria arribar als objectius marcats.

*L'exposició del mestre* de curta durada i amb el llenguatge adient pot usar-se per introduir un tema nou, per sintetitzar diverses activitats realitzades amb tema comú, per introduir símbols,... Per exemple pot ser un conte sobre el nombre 1000, també una síntesi sobre els mètodes proposats pels alumnes per trobar triangles diferents en un geoplà de 5x5, per proposar una investigació sobre els contenidors d'escombraries del barri de l'escola,... Els mitjans per fer aquesta exposició poden ser transparències, fotografies, gràfics, objectes, vídeos, carrets,... És a dir, es poden usar qualsevol tipus de mitjans que no siguin la pissarra i el guix.

*Treball personal de l'alumne* amb un guió o fitxa escrit que pugui comprendre per si mateix. Pot tractar-se d'un treball de pràctica, d'aplicació d'un concepte, d'exploració, de problemes senzills.

*Investigació* a partir de materials didàctics per obtenir propietats, trobar relacions, descobrir conceptes, resoldre problemes,... Pot portar-se a terme per grups de 2 o 4 alumnes o també individualment. La interacció entre els alumnes es molt important.

Segons el cas i els materials de que es disposi l'organització pot ser diversa. Tenim els racons fixos durant una temporada i localitzats a l'aula en un espai pre-fixat; poden ser tots de matemàtiques o no. Un altra possibilitat és el treball de taller on tots els grups de la classe recerquen a partir d'un mateix material o bé, amb el mateix tema o concepte de referència, s'usen diversos materials.

Quan el grau d'autonomia és suficient, per exemple al cicle Superior, la investigació no té associat un material concret sinó que es deixa tot el material o una selecció a l'abast del alumne perquè usi el que cregui més convenient al cas.

**Activitats de comunicació oral, gràfica o escrita** destinades a expressar relacions, resultats d'investigacions, debatre possibilitats, entendre informació proporcionada per d'altres companys o pel mestre, millorar definicions, llegir textos que continguin informació matemàtica (diaris, folletons publicitaris, factures, instruccions), adquisició de vocabulari,...

**Construcció i transformació** de figures geomètriques per tal de fer models de la realitat i viceversa. Cal usar materials diversos de tipus didàctic o no, tant poden servir per representar conceptes geomètrics com numèrics.

**Resolució de problemes** entès en el sentit més ample del terme. Pot portar-se a terme individualment o en grup.

**Síntesi col·lectiva** de tot el grup-classe sota la direcció del mestre per arribar a relacionar una colla de conceptes i propietats mitjançant un esquema, un mural o fins i tot un llibretó.

La formació dels grups a classe pot obeir a diversos criteris, especialment al model d'atenció a la diversitat que s'estigui aplicant. Progressivament els alumnes han de passar a una concepció del treball en grup des del fet de treballar amb el mateix material a la taula, passant per la interpretació del treball en que es pot anar discutint i intercanviant informació amb els companys, fins arribar a ser capaços de consensuar el treball global oferint-ne una versió compresa per tots i en la que s'està d'acord.

### **3.8. Atenció a la diversitat.**{PRIVATE }

Com ja s'ha dit en els plantejaments metodològics, cal tenir en compte al proposar activitats d'aprenentatge la situació socio-cultural dels alumnes per la

influència que té en l'aprenentatge, així com també els diversos ritmes i maneres d'aprendre. Es a dir, les activitats estaran connectades a la seva realitat i donaran oportunitats d'avançar a tothom, sense esperar que els nivells arribin a ser els mateixos.

Ara bé hi ha situacions d'aula o d'escola que obliguen a plantejar-se solucions més radicals per atendre a la diversitat de ritmes d'aprenentatge. Els casos més greus, els alumnes amb discapacitats físiques o psíquiques, acostumen en el cas de matemàtiques a tenir un tractament fora de l'aula doncs precisen en general, atenció personalitzada en aquesta etapa. Més endavant, quan estan adquirits els coneixements conceptuals, procedimentals i actitudinals bàsics poden incorporar-se al grup classe i rebre reforç periòdicament.

Quan els ritmes d'aprenentatge en diverses aules d'un centre són molt diferenciats (és el cas de poder fer tres grups molt desnivellats) es fa molt difícil aconseguir fer avançar a tothom mal que es tinguin totes les precaucions necessàries. El centre s'acostuma a plantejar en aquests casos una solució més enllà de l'aula. A partir d'aquí la concepció sobre el paper de les matemàtiques en la vida quotidiana i sobre el què es prioritari aprendre, juntament amb l'aprofitament imaginatiu dels recursos que es poden tenir, porta a intentar diverses sortides a la situació.

Una primera solució és intentar agrupar als alumnes per nivells. La primera tasca difícil és determinar què s'entén per nivell i quins instruments s'utilitzaran per determinar-lo. Habitualment el nivell d'adquisició dels objectius i el grau d'autonomia personal són escollits per fer els grups i l'observació i les proves escrites serveixen per determinar-los. Les dificultats sempre són moltes especialment perquè els casos pocs clars són més dels que es pensava en un principi.

El nombre de nivells depèn de si existeix reforç de professorat o de si es planteja per curs o per cicle. En principi tothom vol que els grups no siguin immutables però la major part d'experiències realitzades porten a aquesta situació. Després d'un curs o dos, quan els alumnes detecten que són al grup més fluix, queden convençuts que no valen per fer matemàtiques. Unit al fet que el reste d'alumnes també en pren consciència tot plegat actua com a element desmotivador.

La promoció a un grup de rendiment superior només es possible per alguns alumnes, pel reste es negatiu des del moment en que s'adonen de la selecció que s'ha fet amb ells.

En el cas doncs de fer grups més homogenis el professorat veu facilitada la seva feina, llevat del que té el grup pitjor! però els alumnes reben un missatge negatiu per la seva formació i per la convivència amb el reste de companys.

Caldria analitzar les possibles causes de la no promoció dels alumnes del grup de baix nivell al grup mig i d'alguns d'aquest al superior, finalitat de la proposta dels grups flexibles en els seus inicis. Encara que les causes poden ser específiques del centre, dels professors o dels alumnes implicats, la major part d'experiències tenen en comú la metodologia emprada amb els diversos nivells. En general, l'adopció de mesures especials no comporta una manera diferent de treballar, es a dir, els defectes es reproduïxen. Els grups de rendiment més alt ho són per l'autonomia i major capacitat d'abstracció dels seus components i no pel plantejament que es fa de les

matemàtiques, en pocs casos s'aprofiten les seves possibilitats. Pels grups de rendiment més baix es dissenyen activitats de pura rutina sense ensenyar els procediments que faciliten l'autoaprenentatge, sense plantejar les matemàtiques com quelcom divertit i interessant, l'objectiu es aprendre a operar i no es pretén que aprenguin a resoldre cap problema o aplicar el que aprenen, són una píndola amargant que cal empassar-se. Pel que fa als grups de rendiment mig es fa un plantejament mecànic amb alguns "tocs" de simbolització.

Podriem dir que l'agrupació dels alumnes per nivells sense un plantejament metodològic correcte no condueix als objectius proposats.

Una altra possibilitat és la diversificació de les activitats dins l'aula. En aquest cas s'ha de prendre precaucions per no caure en el treball purament rutinari pels alumnes amb més dificultats. El tema a treballar pot ser el mateix per tothom i el tipus d'activitat també, el que variarà serà la situació concreta i el grau d'ajut donat pel professor. Per molts alumnes la situació i el llenguatge utilitzat per presentar-lo marca les diferències, per exemple no es el mateix trobar triangles amb dos costats iguals usant un geoplà i gomes elàstiques que fer el mateix en paper quadriculat i regla. Pel que fa a l'ajut pot anar des de cap fins a un guiatge pas a pas, passant per demanar-li que verbalitzi les seves decisions, que identifiqui les variables de la situació, que anticipi resultats, que consideri una variable que havia oblidat, que relacioni diverses dades, que recordi una informació ja apresada, que busqui exemples concrets, que sigui més clar, dir-li que hi ha errors,...

En d'altres situacions caldrà assumir diversos graus en l'adquisició dels objectius, situació que s'ha de reflexar en els objectius terminals. Avaluació a primària.

En un enfoc constructivista de l'aprenentatge tenen un paper important els coneixements previs de l'aprenent. Tot mestre sap el difícil que es determinar quins són els coneixements dels seus alumnes respecte dels temes dels currículums escolars. I, suposant que els poguéssim determinar, qué farem quan siguin molt diversos? Aquest és un repte no resolt, però no per això s'ha d'abandonar aquesta qüestió que, per altra banda, en el cas de les matemàtiques és essencial.

Els conceptes matemàtics estan construïts de manera que uns estan relacionats amb els altres en varis sentits, com ara dependència estricta, com aplicació, com a interdisciplinars, etc. En aquesta etapa tenim que els decimals estan lligats amb les fraccions i generalitzen els naturals, la mesura lliga nombres i figures, l'estadística usa de les representacions geomètriques per organitzar la informació,.... També sabem que la resta està lligada a la suma i que l'avanç de l'una depend de l'altra; no s'entenen les fraccions si la divisió de naturals no ha arribat a cert nivell; no es pot classificar figures planes sinó és té prou coneixements sobre figures concretes,...

Hi ha moments claus en que s'ha de plantejar una avaluació de tipus inicial. A principi de curs i com a revisió del curs anterior no té gaire sentit llevat que el desconeixement dels alumnes sigui total. No pot consistir en una única prova sinó més aviat en una observació acurada de certs aspectes que es considerin essencials per anar plantejant la feina. Els aspectes avaluats han de ser pocs i ben triats.

Cada cop que s'enceta un tema no cal fer-ne una avaluació inicial però si és convenient fer un tempteig col·lectiu per fer conscients als alumnes del que ja saben o han treballat en relació al que es planteja. Combinant les preguntes amb informacions de record o d'exemples de la vida quotidiana es pot provocar l'interès i la confiança dels alumnes. També el mestre percebeix dificultats, concepcions prèvies que són o no errònies i molts cops queda sorprès de les respostes dels seus alumnes, el que confirma la importància d'aquestes activitats.

En temes realment nous i d'importància relativament gran en el cicle cal assegurar que alguns coneixements essencials estàn adquirits. Posem per cas l'algorisme de dividir habitual implica una bona comprensió de la multiplicació, domini de les taules de multiplicar, comprensió del concepte de dividir com agrupació, ser capaç de temptejar per defecte, saber les equivalències dels diversos ordres de magnitud, ( $1\text{un} = 10\text{c}$ ,  $1\text{c} = 10\text{d}$ ,...) entendre el paper del residu, domini del càlcul mental implicat, etc. Una mancança d'aquests coneixements previs dificulta enormement l'aprenentatge d'aquest algorisme.

### **Avaluació de seguiment**

L'avaluació de seguiment ha de permetre identificar els continguts que presenten dificultats d'aprenentatge i així l'ensenyant pot reconduir la seqüència que havia previst. Els mètodes que s'utilitzin per avaluar han de tenir en compte les característiques dels alumnes i ha de ser coherent amb la manera d'ensenyar.

Els alumnes tenen diferents formes d'expressió segons l'edat, per exemple un examen escrit a Cicle Inicial quan les destreses lectores i d'escriptura s'estan desenvolupant no expressarà el seu coneixement matemàtic de la mateixa manera que deixant-li usar materials manipulatius i expressió oral.

També cal tenir present que el grau de percepció i el tipus d'intel·ligència pot ser molt divers en una aula, això vol dir que si només 'usa un tipus de prova determinats estudiants hi fracassaran sempre i se sentiran frustrats en veure que els resultats de l'avaluació no es corresponen amb l'avanç que ell o ella creu que ha fet.

El canvi de nom no farà canviar les actituds dels ensenyants, avaluació contínua ha estat entès com una sèrie continuada d'exàmens -controls setmanals o quinzennals- que crea una tensió indesitjable. Si ara, avaluació de seguiment o formativa és interpretat com un seguit de proves escrites i d'un únic tipus -mecànics- serem on erem.

En aquesta etapa l'eina més important per avaluar el rendiment o la superació dels alumnes és l'observació a classe i la revisió de la feina feta.

L'observació implica mirar com fan la feina escoltar quines preguntes fan, veure com defensen les seves idees, com es comuniquen amb els companys en el treball de grup, entrevistant-los per aclarir dubtes puntuals, tot plegat ha de ser inclòs dins la feina normal de classe i sense otorgar-hi la formalitat d'un examen. Les conclusions no són definitives, aquesta manera d'avaluar es cíclica doncs les conjectures que el mestre fa es reformulen constantment i no només perquè el mestre canvi l'enfoc sinó perquè l'estat conceptual de l'alumne canvia contínuament i també perquè l'observació de l'ensenyant no pot abastar tots els alumnes ni tots els conceptes



implicats.

La revisió de la feina feta, que acostuma a ser molta, no pot ser exhaustiva. Queda molt bé dir que cal reflexionar sobre la feina de cada alumne per captar el que no ha entès i després sobre el conjunt de la classe, tanmateix això no es possible quan les activitats escrites suposen el 90% de les realitzades. Per a molts mestres la producció de la que en queda constància és l'única important. L'expressió oral i les activitats manipulatives donen moltíssima informació sobre l'alumne i més ràpidament. I pel que fa a la producció escrita, es pot combinar una revisió global i una anàlisi més detallada d'un dels punts o exercicis que abans s'hagi triat com a significatiu.

Si dels treballs normals que es fan per desenvolupar un tema es té clar, a priori, quina part ens pot servir de diagnòstic, no cal preparar proves escrites només en casos excepcionals. Tindrem aleshores molta cura en incloure-les en la programació normal i no cal dir als alumnes que es tracta d'un examen.

Hem de comentar un cas especial de tasques escrites que són les feines encomanades a casa. Per tot el que ja s'ha dit no serveixen per avaluar, així doncs, per a què serveixen?

La comunicació als alumnes dels resultats de les avaluacions s'ha de fer de manera informal i enfocant-la positivament, fent veure el que ha avançat i no pas el que no sap. Després del mestre, el principal destinatari de l'avaluació és el propi alumne i ha de servir-li per recolzar-lo en el seu aprenentatge. Una cosa és la valoració del seu esforç i l'altre els resultats aconseguits, el primer el recolza moralment però el segon li dona la capacitat d'arribar a dirigir el seu propi aprenentatge usant aquells coneixements que es conscient que domina.

### **Avaluació de conceptes**

Els conceptes són una part fonamental del coneixement matemàtic. Com ja s'ha dit no s'adquireixen d'un cop i per sempre, el que fa que la mesura de la seva comprensió hagi d'adaptar-se al moment evolutiu dels alumnes i al treball realitzat. La progressió d'un concepte va lligada al seu camp d'aplicació i a les relacions que es puguin establir amb d'altres conceptes.

Per avaluar el grau de comprensió d'un concepte cal veure si l'alumne és capaç de:

- a) Identificar el concepte a partir d'exemples concrets on n'hi hagi de correctes i d'incorrectes.
- b) Donar exemples correctes i incorrectes d'un concepte.
- c) Usar models, dibuixos, diagrames o símbols per expressar un concepte.
- d) Reconèixer un concepte a partir d'una representació donada.
- e) Identificar algunes propietats del concepte.
- f) Reconèixer diferents interpretacions d'un concepte.
- g) Comparar i contrastar conceptes.
- h) Definir el concepte a partir d'enumerar parts i propietats que el caracteritzin.

Veiem alguns exemples del concepte de centena:

- D'aquests nombres, quins són més grans que cent?  
89, 534, 210, 1001, 9
- Escriu 5 nombres que siguin més grans que cent.
- Escriu quatre sumes que donin menys de cent.
- Per pagar 100 pessetes, com ho pots fer? quines monedes pots usar?
- Quants grups de cent boles es poden fer amb cinc-centes vuitanta boles?
- Quins nombres tenen set centenars?  
207, 702, 272, 722, 777, 172.

En cas de conceptes geomètrics, veiem el de triangle:

- Quins són triangles?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- Donada una col·lecció de triangles que els alumnes hagin de retallar, demanar que seleccionin els que tinguin dos costats iguals.
- Construir triangles amb les tires de mecano.
- Obtenir tots triangles possibles en el geoplà de 3x3 pivots.
- Donades tires de 12 cm, 8 cm i 25 cm, es pot unir-les per fer un triangle? Explicar el perquè.
- Agafar una corda i lligar-la. Formar amb ella un triangle amb els 3 costats iguals. Com ho hem fet? (En grups de 3 alumnes).
- Agafar 3 estaquets o claus i clavar-los a terra (en el jardí) de manera que formin un triangle amb només dos costats iguals.
- Dividir aquests polígons en triangles tots iguals

## **Avaluació de procediments**

El coneixement dels procediments es mesura pel seu grau d'aplicació però també per la capacitat de adaptar-lo a noves situacions. Com que no es pot separar dels conceptes, a vegades es fa difícil la seva avaluació.

El grau de coneixement es pot determinar segons el que l'alumne és capaç de fer:

- a) saber quan cal usar un procediment.
- b) saber utilitzar un procediment de manera correcta i eficaç.
- c) Reconèixer si un procediment es correcte o incorrecte de manera empírica.
- d) Explicar les raons pels diversos passos d'un procediment.
- e) Adaptar o modificar un procediment conegut.
- f) Inventar un procediment nou.

Veiem alguns exemples:

- a) Al menjador de l'escola hi dinen 450 nens i nenes, quantes taronges cal comprar per dos dies?  
(estimació)
- b) Mesurar la longitud de la paret per tallar el paper per fer un mural.  
(mesura directa de longitud, tria del patró, unitat, aproximació, expressió)
- c) Trobar una fracció entre  $1/2$  i  $1/3$ .  
(determinar si els procediments emprats pels altres són o no correctes)
- d) Explicar els passos fets en la realització d'un problema aritmètic.
- e) Per multiplicar mentalment per 11 multiplico per 10 i després per 1 i ho sumo tot. Com podríem multiplicar mentalment per 9?
- f) Inventar una manera de calcular l'àrea d'una figura plana que no sigui un polígon.

### **Avaluació d'actituds, valors i normes**

La millor manera de recollir informació es l'observació dels alumnes en la seva vida a l'escola. Cal veure la confiança que tenen en l'ús de les matemàtiques per resoldre situacions quotidianes, el seu interès per fer matemàtiques, la seva autonomia en el treball, la tendència a interrogar-se i contrastar la informació rebuda i la perseverància i flexibilitat en l'aplicació de les seves idees.

### **Avaluació de curs.**

L'avaluació de curs, en aquesta etapa, té sentit especialment a primer, tercer i cinquè cursos. En els altres casos s'ha de fer una valoració del cicle com a culminació dels dos cursos.

El mestre s'haurà fixat uns objectius que vol que es tradueixin en capacitats desenvolupades pels seus alumnes, però si volem otorgar al cicle el seu paper, aquesta avaluació és només de referència.

Pot ser que alguns o molts alumnes progressin més lentament de l'esperat durant el primer any del cicle i, tot i així, al final assoleixin els objectius referencials del cicle. Si el mestre/a és el mateix el segon any, l'avantatge és molt gran doncs el coneixement mutu estalvia molt de temps en tempteigs de les dues bandes.

Les proves especials de final de curs o de cicle, en cas que es facin, han d'oferir

informació sobre els aspectes dubtosos i no exclusivament de rutines o de conceptes. Ens donarà més informació una prova on l'alumne hagi de demostrar el seu grau d'autonomia i la seva capacitat d'aplicar el que sap, i així poder decidir sobre la seva qualificació. No té cap sentit posar com a nota de final de curs la del darrer examen com si tota la feina feta i els aprenentatges comprovats durant l'any no tinguessin cap importància. La magnificació de les proves de final de curs és totalment incompatible amb un enfoc engrescador de les matemàtiques.

citació mecànica.